

# 1.- Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Escrito por  
Hernán Verdugo Fabiani  
Profesor de Matemática y Física

¿De qué trata este tema?

El mismo nombre lo dice. Veamos:

- **Movimiento:** Un cuerpo tiene movimiento si cambia de posición a través del tiempo.
- **Rectilíneo:** Un movimiento tiene una trayectoria rectilínea si se mueve a lo largo de una línea recta.
- **Uniforme:** Se refiere a que el cuerpo que se mueve avanza, o retrocede, la misma distancia en cada unidad de tiempo. También se puede decir que se refiere a que el cuerpo que se mueve lo hace con velocidad constante.

**Trayectoria:** forma que tiene el camino por donde se mueve un objeto. La más simple es la rectilínea (camino recto).

Por lo tanto, en este tema – MRU – se aprenderá a describir el movimiento que tiene un cuerpo que se desplaza a través de una línea recta con velocidad constante.

¿Hay algún ejemplo que nos pueda dar una idea más cercana acerca de lo que se va a plantear?

- Un automóvil que se mueve en una carretera, en un solo sentido, sin cambiar su velocidad.

En realidad no es tan fácil identificar un cuerpo que se mueva con MRU perfecto y en forma natural, donde no intervenga la mano del hombre.

**Sentido:** Al decir “un solo sentido” se refiere a que si el cuerpo se mueve de A a B, en ningún momento modifica

Un par de ejemplos de la naturaleza son más precisos, pero “no se ven”, son:

- La velocidad del sonido en un medio homogéneo.
- La luz, también en un medio homogéneo.

**Medio homogéneo:** Medio, o ambiente, que tiene la misma

¿Por qué no se ven ejemplos muy claros que correspondan perfectamente a un MRU?

Puede haber varias causas, pero aparentemente la principal es el hecho de que cada vez que hay un movimiento, en una superficie (una calle por ejemplo) o en un fluido (aire por ejemplo), surge un impedimento al movimiento: el roce.

**Fluido:** Medio líquido o gaseoso.

El roce es un tipo de fuerza que se opone al movimiento. Por lo tanto, cada vez que un objeto se mueve actuará sobre él una fuerza de roce que lo irá

frenando. Y si va frenando entonces va disminuyendo su velocidad, y debido a ese efecto, el objeto no se moverá con MRU.

En el ejemplo que se mencionó, el del automóvil en una carretera, se tienen que dar algunas condiciones para que sea considerado un MRU:

- Que efectivamente se mueva en línea recta, esto significa que el conductor no debe mover el volante por motivo alguno.
- Que el camino por donde se mueve el automóvil sea perfectamente plano y recto.
- Que el conductor no frena ni acelera más que lo justo para contrarrestar el efecto del roce.

**Acelerar:** Acción que, en un vehículo, se realiza para aumentar la

Lo mencionado como condicionantes puede resultar fácil o difícil según sean las condiciones de la conducción.

En un fluido es posible ver un par de ejemplos concretos.

- Una gota de lluvia en sus últimos metros de caída cae con MRU. Siempre que no haya viento.
- Un objeto que cae en un líquido luego de entrar al líquido va a frenarse hasta alcanzar una velocidad que la mantendrá hasta llegar al fondo. Siempre que el líquido esté quieto.

Hoy en día existen automóviles que traen incorporada una función llamada "cruce". Con esta opción pueden dejar que el mecanismo controle automáticamente el que se mueva con rapidez constante. Lo recto que vaya siempre dependerá del conductor.

En las explicaciones que se han dado han aparecido algunos conceptos que es necesario aclararlos, algunos se presentan en un cuadro al lado de donde aparecen, pero hay otros de mayor interés que los trataremos acá:

- Movimiento
- Distancia
- Desplazamiento

¿Han escuchado decir que "todo es relativo"? Quizás. Esto es aplicable en el concepto de movimiento.

Decir que algo se mueve cuando cambia de posición es un tanto ambiguo. Puede que todos los observadores que pueden existir no tengan la misma percepción. Para demostrarlo veamos el siguiente caso:

1.1 *"Rosa y Pedro van sentados en los asientos de un tren. Fuera del tren está Antonio, él está sentado en una banca cerca de la línea por donde pasa el tren. Al tiempo después, se juntan los tres y se producen los siguientes comentarios:*

- *Antonio: Hoy los observé a ambos moviéndose a la velocidad que llevaba el tren.*
- *Rosa: No es cierto, Pedro no se movió en momento alguno.*
- *Pedro: Yo tampoco noté que Rosa se moviera. En cambio si vi moverse a Antonio."*

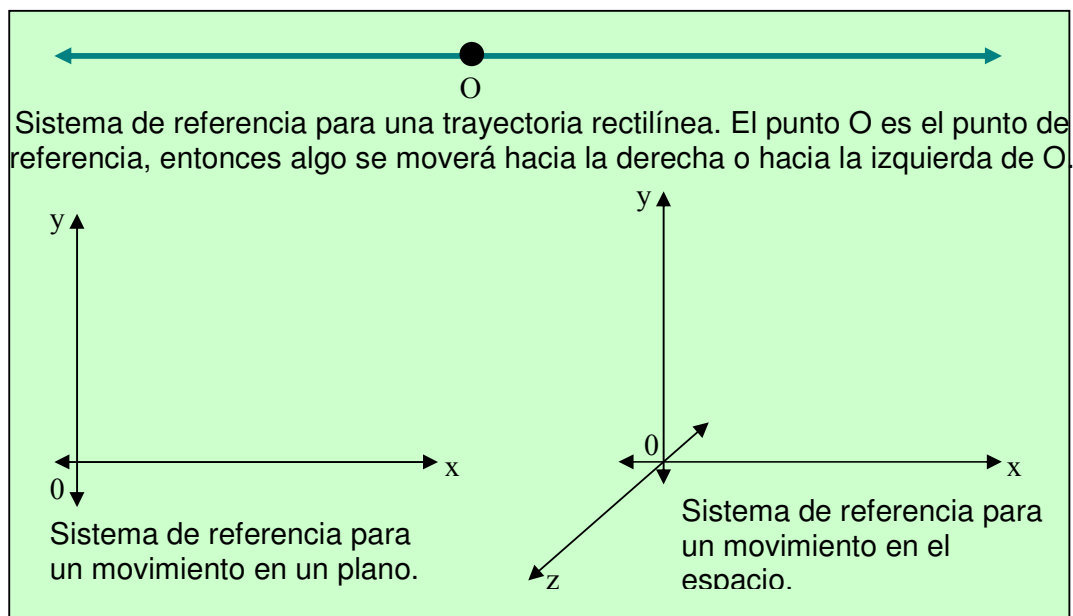
Uno podría preguntarse: ¿quién de los tres tiene razón?

Y la respuesta es: ¡los tres tienen razón!, cada uno a su manera.

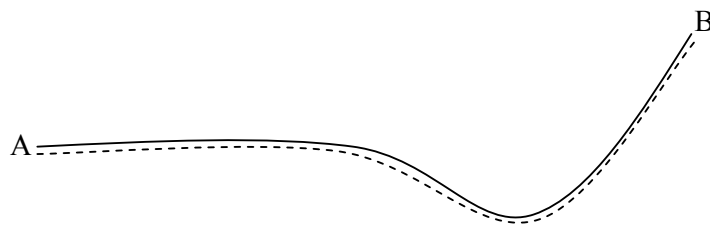
Claro, lo que ocurre es que cada uno tuvo distintos puntos de referencia. Antonio, por ejemplo, tomó como referencia el suelo, y el tren se movía respecto al suelo, y como Rosa y Pedro iban arriba del tren, se movían con él. En cambio Rosa y Pedro usaron como referencia al propio tren. Entre ellos no se vieron mover debido a que, respecto al tren, ambos permanecieron siempre en el mismo lugar, no cambiaron de posición, pero sí lo hizo Antonio, que estaba fuera del tren.

Conclusión. Cada vez que se hable de movimiento habrá que hacerlo indicando alguna referencia. En física, a esa referencia le llamamos “Sistema de Referencia”. A veces es un punto, otras veces es algo más.

Si el movimiento es en línea recta, bastará un punto de esa línea para usarlo como referencia. Pero si el movimiento es en un plano, o en el espacio, es recomendable usar un sistema de coordenadas.

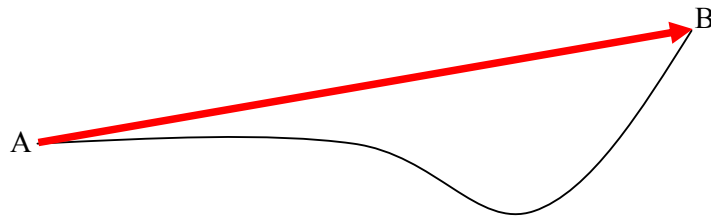


Ahora, supongamos una trayectoria como la que se indica a continuación.



Si se coloca una huincha de medir por sobre la trayectoria, desde un punto a otro, por ejemplo de A a B, entonces se tendrá la medida de esa trayectoria, que podemos llamar **distancia**. Y será **distancia recorrida** si un objeto se mueve entre esos puntos. Se mide en unidades de longitud, y la más común es el metro [m], pero puede ser otra. Medir la distancia de A a B es lo mismo que medirla de B a A.

El desplazamiento entre A y B es una línea recta que parte en A y termina en B, se representa con una flecha. Y no importa que pase por lugares en donde el objeto que se mueve no ha estado. El desplazamiento también se mide en unidades de longitud. Pero no es igual decir desplazamiento de A a B que de B a A. Basta ver que el destino es diferente.



Aquí convendría hacer una aclaración. La distancia es una cantidad **escalar** y el desplazamiento es una cantidad **vectorial**. En otra sección abordaré este tema.

También en las explicaciones se usaron los términos de **rapidez** y de **velocidad**. ¿Son lo mismo?

No, no lo son. Son diferentes. Rapidez es una cantidad escalar y velocidad es una cantidad vectorial. Tienen tratamientos diferentes, no es lo mismo operar con escalares (con ellos se usa la operatoria usual) que con vectores (con ellos se usan métodos geométricos). Luego volveremos sobre los conceptos de rapidez y velocidad.

En la simbología de la física, y de la matemática, para diferenciar un escalar de un vector, a un vector se le dibuja una pequeña flecha sobre la letra que identifica el concepto.

Distancia  $d$

$d$

Desplazamiento  $\vec{d}$

$\vec{d}$

Antes de seguir, una pregunta: ¿Por qué se estudiará el MRU si, como se ha notado, no es un movimiento muy común?

Cierto, no es muy común, pero ocurre que la mayoría de los movimientos que sí ocurren, en la realidad, pueden ser tratados, con muy buena aproximación, como si lo fueran. Veamos un ejemplo.

Si un bus emprende un recorrido de Santiago a Puerto Montt, distantes 1.000 [km], y sabemos que tendrá una velocidad media de  $80 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ , entonces podemos predecir que tardará, en el trayecto, aproximadamente 12,5 [h] (12 horas 30 minutos). Es decir, si inicia el recorrido a las 20 horas, llegará al otro día a las 8 horas 30 minutos.

El trayecto de Santiago a Puerto Montt obviamente no es rectilíneo, el bus no podrá mantener en todo el viaje la misma velocidad (al menos deberá

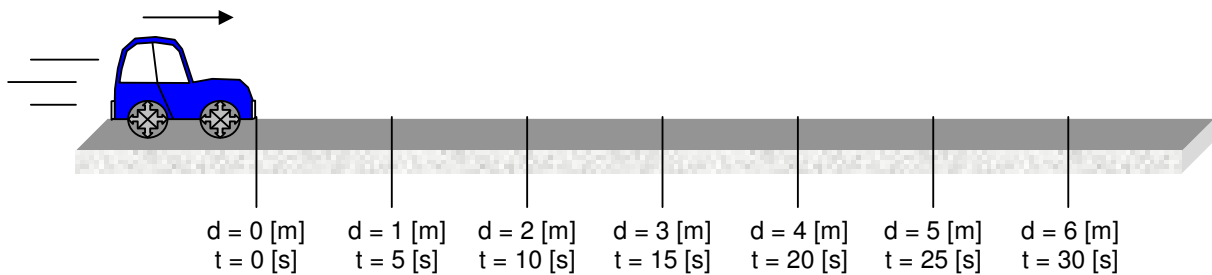
detenerse en los peajes y para cambiar conductor), en subidas irá más lento que en terrenos planos y quién sabe qué otros imprevistos habrá. Es decir ese movimiento no corresponde a lo que entendemos por MRU.

Tal vez, una predicción que se haga con la información que se tiene, no lleve a tener una respuesta exacta, pero va a ser muy aproximada a la realidad. Entonces no es mala idea tratar ese movimiento como si fuera un MRU.

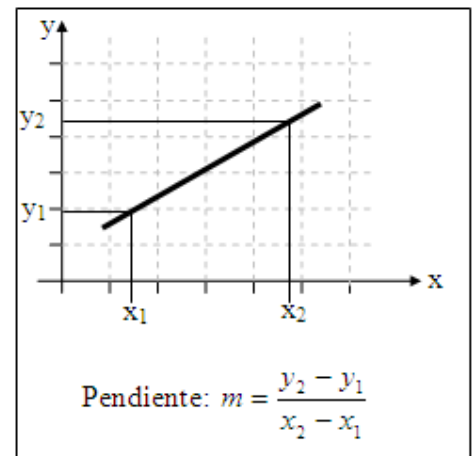
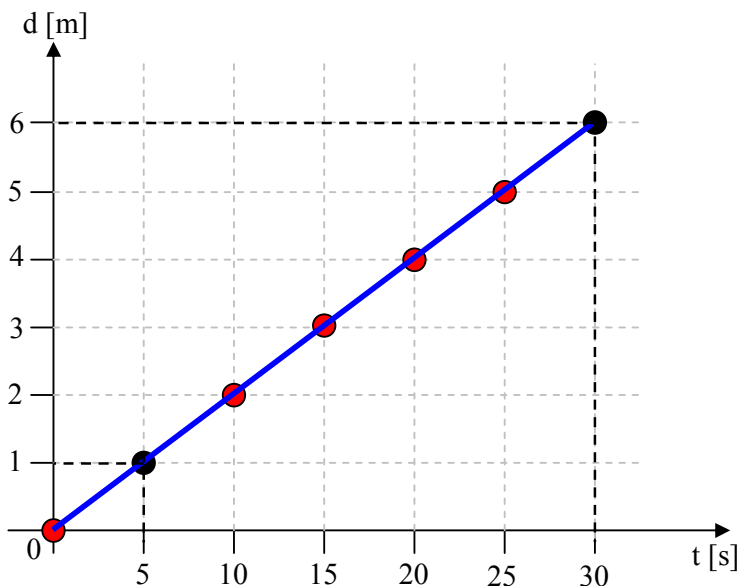
En virtud de lo anterior, no despreciemos este tipo de movimiento.

Bueno, hecha esta aclaración, veamos en qué consiste el MRU.

Supongamos un auto de juguete que se mueve a lo largo de una línea recta, para el que se registran datos de posición ( $d$ ) y tiempo ( $t$ ) de su movimiento, como se muestra en la figura que sigue:



Con esa información construyamos un gráfico  $d$  v/s  $t$ .



Se observa que la curva graficada es una línea recta. Esto nos lleva a concluir que las variables  $d$  y  $t$  son directamente proporcionales. Y si es así, entonces hay una razón entre ellas, esa razón la encontramos a través del cálculo de la pendiente de la recta.

Para el cálculo de la pendiente escogamos dos puntos de la recta: (1 [m], 5 [s]) y (6 [m], 30 [s]) y reemplacemos en la fórmula para la pendiente (al lado derecho se muestra).

$$m = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{6[m] - 1[m]}{30[s] - 5[s]} = \frac{5[m]}{25[s]} = 0,2 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Para comprender acertadamente el resultado que se tiene, **más importante que el valor numérico es fijarse en la unidad de medida** que resulta. En

este caso es  $\left[ \frac{m}{s} \right]$  y esta unidad corresponde al concepto de **rapidez**. Por lo tanto, se puede concluir que la pendiente en el gráfico d/v/s t representa la rapidez del objeto que se mueve.

Entonces, el autito de juguete se movió a con una rapidez de  $0,2 \left[ \frac{m}{s} \right]$

Un análisis matemático de lo que se acaba de decir es:

De la proporcionalidad indicada anteriormente, entre **d** y **t**, pasamos a la igualdad agregando el factor de proporcionalidad que resultó del cálculo de la pendiente. Entonces se tiene que:  $d = mt$ , y si despejamos, se tendrá:

$m = \frac{d}{t}$ , y a esta expresión le llamaremos **rapidez (v)**. Por lo tanto, nos quedará:

$$v = \frac{d}{t} \quad 1.1$$

La rapidez corresponde al cuociente entre la distancia recorrida por un objeto que se mueve y el tiempo que emplea en recorrerla.

Veamos un problema en donde se aplique esa relación:

1.2 *Un niño parte de su casa al colegio. Sale a las 7:15 horas y llega a las 7:45 horas. Si entre la casa del niño y el colegio hay 3,6 km. ¿Cuál fue la rapidez media del niño en ese trayecto?*

Obsérvese que también podemos llegar a la misma conclusión analizando la fórmula de la pendiente para los datos de distancia y tiempo:

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

Y, si  $t_1 = [s]$  y  $t = t_2$ . Y, además, con  $d_1 = 0 [m]$  y  $d = d_2$ , se tendrá:

$$v = \frac{d}{t}$$

### ¿Hay un solo tipo de rapidez?

No. Hay dos tipos:

- rapidez media, y
- rapidez instantánea.

Consideremos:

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta d}{\Delta t} \quad 1.2$$

Una rapidez media es si el intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) en que se produce el cambio de posición no es cercano a 0 [s].

Y es instantánea si el intervalo de tiempo es cercano a cero.  $\Delta t \rightarrow 0$  [s]

En su momento verán que la rapidez instantánea se define por:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta d}{\Delta t} \quad 1.3$$

Datos:

$$t = 0,5 [h]$$
$$d = 18 [km]$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{18 [km]}{0,5 [h]} = 36 \left[ \frac{km}{h} \right]$$

Respuesta: El niño hizo el recorrido de su casa al colegio a razón de  $36 \left[ \frac{km}{h} \right]$ .

Se resolvió el problema en las unidades de kilómetro y hora, y el resultado queda en función de esas. Pero, es recomendable resolverlos con unidades de metro para la distancia recorrida y segundo para el tiempo. Para ello recordemos que un kilómetro tiene 1.000 metros y que una hora tiene 3.600 segundos, por lo tanto, se tendrá:

$$t = 1.800 [s]$$
$$d = 18.000 [m]$$
$$v = \frac{d}{t} = \frac{18.000 [m]}{1.800 [s]} = 10 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Entonces, también se puede decir que el niño se movió de la casa al colegio a razón de  $10 \left[ \frac{m}{s} \right]$ .

¿Se puede concluir, entonces, que  $10 \left[ \frac{m}{s} \right]$  es lo mismo que  $36 \left[ \frac{km}{h} \right]$ ?

Por supuesto, y es bueno aprenderlo:

$$36 \left[ \frac{km}{h} \right] = 10 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Veamos otro problema:

1.3 *Un automóvil viaja entre La Serena y Copiapó a razón de  $90 \left[ \frac{km}{h} \right]$ . Si la distancia entre ambas ciudades es de 334 [km], determine el tiempo que tardará en realizar el viaje.*

$$36 \left[ \frac{km}{h} \right] = 10 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Y, si despejamos adecuadamente, tendremos:

$$1 \left[ \frac{km}{h} \right] = \frac{10 \left[ \frac{m}{s} \right]}{36} = \frac{1}{3,6} \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Lo anterior significa que para transformar de  $\left[ \frac{km}{h} \right]$  a  $\left[ \frac{m}{s} \right]$  basta dividir por 3,6. Y, al

revés, si se quiere transformar de  $\left[ \frac{m}{s} \right]$  a

$\left[ \frac{km}{h} \right]$  habrá que multiplicar por 3,6.

Datos:

$$d = 334 \text{ [km]} = 334.000 \text{ [m]}$$

$$v = 90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v = \frac{d}{t}$$
$$t = \frac{d}{v} = \frac{334.000 \text{ [m]}}{25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]} = 13.360 \text{ [s]}$$

Respuesta: El automóvil tardó 13.360 [s]

Si se hubiera resuelto sin convertir las unidades habría sido:

$$v = \frac{d}{t}$$
$$t = \frac{d}{v} = \frac{334 \text{ [km]}}{90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]} = 3,71 \text{ [h]} = 3 \text{ [h]} 42 \text{ [min]} 40 \text{ [s]}$$

Antes de continuar veamos un concepto que está pendiente: velocidad.

### Ya es momento que conozcamos el concepto de velocidad

Ya se dijo que rapidez no es lo mismo que velocidad. Que rapidez es un escalar y que velocidad es un vector.

Así como rapidez es cociente entre la distancia recorrida por un objeto y el tiempo que emplea en hacerlo, velocidad es el cociente entre el desplazamiento efectuado por el objeto y el tiempo que tarda en ello.

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}, \text{ y si } \vec{d}_1 \text{ está en el origen (0 [m]) cuando } t_1 = 0 \text{ [s], se tendrá:}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

1.1.1

Cuando se definió desplazamiento se dijo que no era lo mismo ir de A a B que de B a A, debido a que el destino final era diferente. Ocurre lo mismo con la velocidad.

Se puede decir que la rapidez de un vehículo es  $40 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  y no tiene importancia hacia dónde se dirige. Pero si se dijera que la velocidad del vehículo es  $40 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ , entonces hay que señalar, además, hacia dónde se dirige.

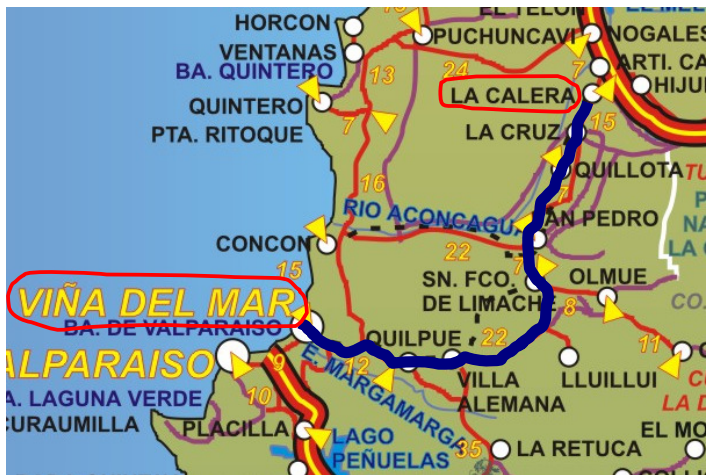
La velocidad no solo se expresa con un número y una unidad de medida (como la rapidez) sino que también hay que señalar su dirección y su sentido (a veces el sentido queda determinado por la dirección).

En todo caso, en el MRU, se puede usar – sin perjuicio mayor – los dos conceptos para la misma situación, debido a que al ser un movimiento rectilíneo, no hay posibilidad de cambiar la dirección. Basta, entonces, definir bien la trayectoria.

Por cierto, también hay velocidad media y velocidad instantánea. Se sigue la misma explicación que se dio para la rapidez.

### Ejercicio

1.4 Dos ciudades, Viña del Mar y Calera, están unidas por una carretera. La carretera tiene varias curvas y en total con una longitud de 60 [km], pero en línea recta solo hay 40 [km] entre las ciudades. Si un motorista tarda una hora y cuarto en ir de Viña del Mar a Calera ¿cuál es la rapidez media del motorista y cuál es su velocidad media?



Datos:

$$d = 60[\text{km}]$$

$$\vec{d} = 40\hat{u}[\text{km}]$$

$$t = 1,25 [h]$$

El símbolo  $\hat{u}$  es un vector unitario y representa la dirección de Viña del Mar a Calera.

La rapidez media la determinamos con la ecuación 1.1

$$v = \frac{d}{t} = \frac{60[\text{km}]}{1,25[\text{h}]} = 48 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Y la velocidad media la determinamos con la ecuación 1.1.1

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t} = \frac{40\hat{u}[\text{km}]}{1,25[\text{h}]} = 32\hat{u} \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Entonces, tenemos que la rapidez media del motorista fue de  $48 \left[ \frac{km}{h} \right]$ , mientras que su velocidad media fue de  $32 \left[ \frac{km}{h} \right]$  en dirección de Viña del Mar a Calera.

Nótese que para un mismo trayecto la rapidez media y la velocidad media son diferentes. Bueno, esto es lo que ocurre cuando la trayectoria no es rectilínea, como es el caso que se trató en el problema anterior.

Incluso podría darse una situación que es bastante curiosa, por no decir contradictoria (por que no lo es).

1.5 Un automóvil de carrera recorre un giro a una pista de 5 [km] de longitud. ¿Cuál es su velocidad media?

Bueno, como el automóvil realiza un giro su desplazamiento será 0 [km], por lo tanto su velocidad será  $\vec{v} = 0 \left[ \frac{km}{h} \right]$

#### Otro ejercicio:

1.6 Dos jóvenes, Rubén y Cecilia, caminan a razón de  $1,2 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $0,9 \left[ \frac{m}{s} \right]$ , respectivamente. Determine la distancia que los separa luego de 20 [s], si partiendo desde el mismo punto:

- a) se mueven en el mismo sentido,
- b) si se mueven en sentidos contrarios, y
- c) si se mueven en forma perpendicular. (Esta parte es opcional).

Primero vamos a determinar la distancia que recorre cada uno en ese tiempo.

Datos:

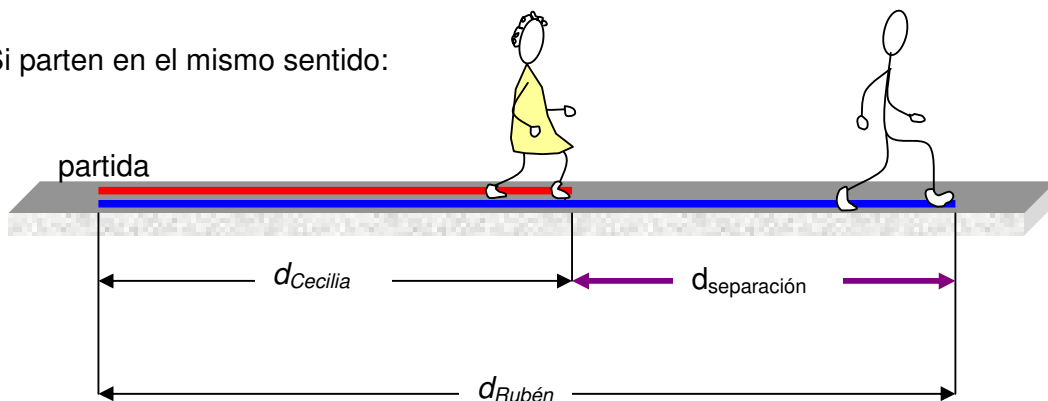
$$v_{\text{Rubén}} = 1,2 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$v_{\text{Cecilia}} = 0,9 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$t = 20 [s]$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} \\ d &= vt \\ d_{\text{Rubén}} &= 1,2 \left[ \frac{m}{s} \right] \times 20 [s] = 24 [m] \\ d_{\text{Cecilia}} &= 0,9 \left[ \frac{m}{s} \right] \times 20 [s] = 18 [m] \end{aligned}$$

a) Si parten en el mismo sentido:

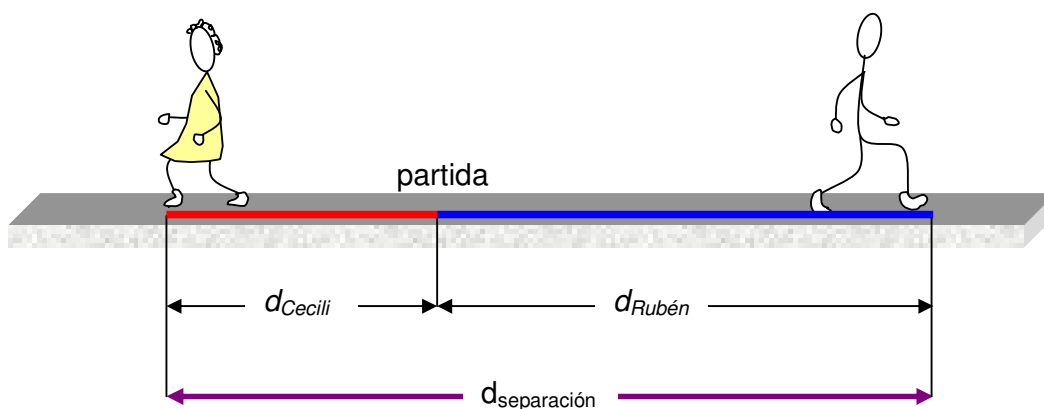


Como se aprecia en la figura, la distancia de separación entre Rubén y Cecilia, cuando parten en el mismo sentido, corresponde a la diferencia entre las distancias que recorre cada uno de ellos.

$$d_{separación} = d_{Rubén} - d_{Cecilia} = 24 \text{ [m]} - 18 \text{ [m]} = 6 \text{ [m]}$$

Están separados 6 [m].

b) Si parten en sentidos contrarios.

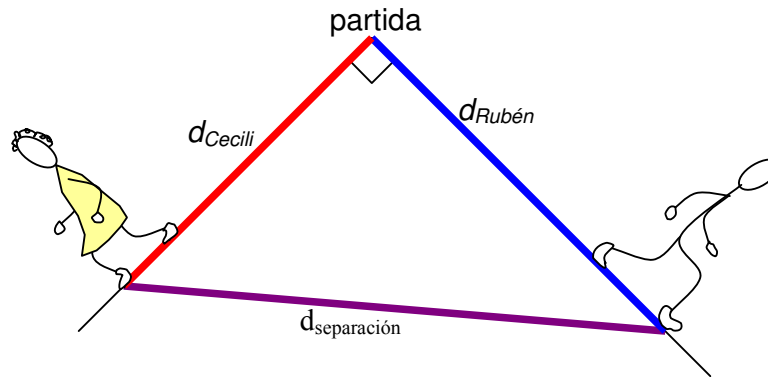


Aquí se puede apreciar que la distancia de separación corresponde a la suma de las distancias que recorrió cada uno.

$$d_{separación} = d_{Rubén} + d_{Cecilia} = 24 \text{ [m]} + 18 \text{ [m]} = 42 \text{ [m]}$$

Están separados 42 [m].

c) Y, si parten en sentidos perpendiculares:



Aquí se puede ver que las trayectorias que recorren Rubén y Cecilia, al formar un ángulo recto, forman un triángulo rectángulo con la distancia en línea recta entre ellos. Por lo tanto, para hallar la distancia de separación hay que aplicar el teorema de Pitágoras.

$$\begin{aligned}d_S^2 &= d_R^2 + d_C^2 \\d_S^2 &= (24[\text{m}])^2 + (18[\text{m}])^2 = 900[\text{m}^2] \\d_S &= \sqrt{900[\text{m}^2]} = 30[\text{m}]\end{aligned}$$

Entonces, la separación entre Rubén y Cecilia, en este caso, es de 30 [m].

### Algo especial: **Relatividad del movimiento**

Ahora vamos a mencionar algo sobre relatividad. Pero no la famosa Teoría de la Relatividad. Vamos a ir a la primera, a la conocida como Relatividad Galileana. Y lo vamos a conocer a través de un problema.

1.7 En un automóvil verde van dos personas, Claudio y Gonzalo, y en un automóvil azul van otras dos, Daniela y Andrea. Ambos automóviles se mueven en una misma calle. El verde lo hace a razón de  $60 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  y el azul a  $80 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ .

Encuentre respuesta a las siguientes preguntas:

- Si los automóviles se mueven en el mismo sentido, ¿qué velocidad tiene el auto azul para Daniela?
- Si los automóviles se mueven en sentidos contrarios, ¿qué velocidad tiene el auto amarillo para Gonzalo?

Bien, busquemos las respuestas:

- En el caso que los automóviles se muevan en el mismo sentido, alguien podría pensar que hay dos casos posibles: que el verde vaya delante del azul o al revés, pero si se analiza bien, la situación es la misma.



En esta situación, la relatividad galileana nos dice que las velocidades de dos objetos que se mueven en un mismo sentido, en una misma trayectoria rectilínea, se deben restar.

En el problema, sería restar a la velocidad del automóvil azul la del verde. Y no porque el azul vaya más rápido que el verde, es simplemente porque Daniela va en el verde, y se pregunta por la velocidad del azul respecto al automóvil donde va ella, que es el verde.

Entonces, tendríamos:

$$V_{\text{relativa}} = V_{\text{azul}} - V_{\text{verde}} \quad 1.4$$

$$v_{\text{relativa}} = 80 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] - 60 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 20 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Entonces, Daniela percibe que el automóvil azul se mueve a razón de  $20 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ .

*Como el resultado es positivo, se interpreta diciendo que el automóvil azul adelantará, si aún no lo ha hecho, al verde. Si el resultado hubiera sido negativo entonces el automóvil azul sería sobrepasado por el verde.*

- b) Si se mueven en sentidos contrarios. Al igual que en el caso anterior, hay dos opciones, que se estén acercando o que estén alejando. Pero ambas situaciones se refieren a lo mismo.



En este problema, la relatividad galileana nos dice que las velocidades de dos objetos que se mueven en sentidos contrarios, en una misma trayectoria rectilínea, se deben sumar.

Entonces, tendríamos:

$$V_{\text{relativa}} = V_{\text{azul}} + V_{\text{verde}} \quad 1.5$$

$$v_{\text{relativa}} = 80 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] + 60 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 140 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Entonces, Gonzalo percibe que el automóvil verde se mueve a razón de  $140 \left[ \frac{km}{h} \right]$ .

Hay más situaciones que se pueden presentar y explicar muy bien acudiendo a la relatividad galileana.

Por ejemplo, si un tren se mueve a razón de  $60 \left[ \frac{km}{h} \right]$  hacia la derecha respecto a un observador que está en reposo fuera del tren y un niño corre, en el interior del tren, a razón de  $10 \left[ \frac{km}{h} \right]$ , *respecto al propio tren*, el observador diría que el niño se mueve a razón de  $70 \left[ \frac{km}{h} \right]$ .

El ejemplo anterior puede llevar a situaciones un tanto complejas y difíciles de comprender. Veamos el caso que sigue.

*1.8 Supongamos que alguien va en una camioneta a razón de  $120 \left[ \frac{km}{h} \right]$ , respecto a un observador en reposo fuera de la camioneta. Y el conductor de la camioneta enciende las luces. Para el conductor la luz de los focos se mueve por delante de la camioneta a la velocidad de la luz ( $c = 300.000 \left[ \frac{km}{s} \right]$ ). ¿Qué velocidad diría que tiene la luz de los focos, el mismo observador en reposo fuera de la camioneta?*

*Siguiendo el mismo argumento, de la situación anterior, debería sumar las dos velocidades, la de la camioneta y la de la luz. Pero, el resultado sería una velocidad mayor que la velocidad de la luz. Pero aquí tenemos un problema, en todos los experimentos realizados hasta hoy, no ha sido posible verificar que algo supere la velocidad de la luz.*

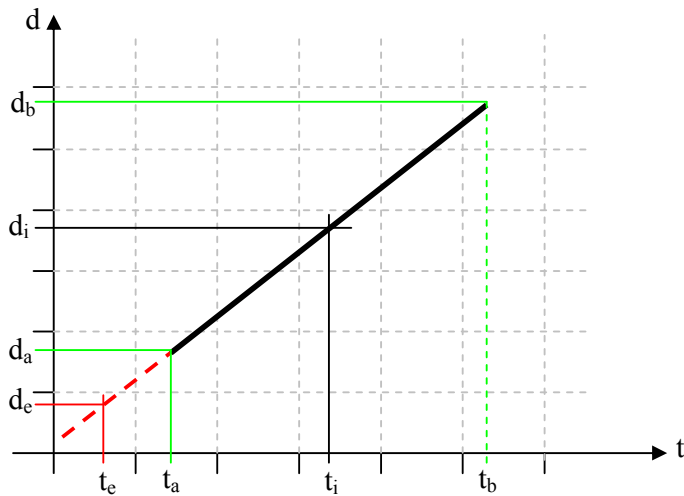
Esta aparente contradicción a la que se llega es solucionada con la Teoría de la Relatividad, postulada por Albert Einstein en 1905.

## Gráficos para el MRU

Ya se confeccionó un gráfico, el  $d$  v/s  $t$  o  $d(t)$ , ahora veremos algo más sobre ese y otros que se pueden construir.

i) Gráfico  $d$  v/s  $t$ .

Supongamos un objeto que se mueve para el que se ha construido el gráfico que se muestra. Para todos los casos siguientes considere lo mismo.



**Pendiente de la recta.** Nos entrega la rapidez media.

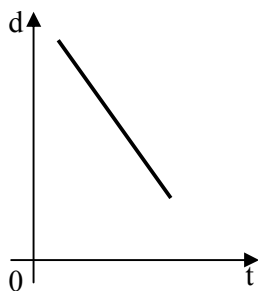
**Interpolación:** Nos permite conocer información referida a las variables graficadas. Por ejemplo, si deseamos conocer la posición que tiene el objeto al instante  $t_i$ . Ubicamos el instante  $t_i$  en el eje del tiempo (siempre el eje del tiempo va en el eje de las abscisas u horizontal) y trazamos una línea perpendicular, a ese eje, en dirección a la curva graficada. A partir de la curva trazamos otra línea, perpendicular al eje de las posiciones y el lugar en donde se interceptan es la posición  $d_i$  que tiene el objeto en el instante  $t_i$ .

La interpolación se da cuando se averigua información de las variables en el rango comprendido a la curva graficada. Es decir, entre  $t_a$  y  $t_b$  en el eje del tiempo o entre  $d_a$  y  $d_b$  en el eje de las posiciones.

**Extrapolación:** Nos permite conocer información sobre las variables del gráfico. Pero ahora el rango no es el que determina la curva, es decir en un instante anterior a  $t_a$  o posterior a  $t_b$ . Ahora se supone que el objeto venía moviéndose, o continúa moviéndose, de la misma forma en que lo hizo en el tramo entre  $t_a$  y  $t_b$ . Para ello, se extiende la curva y se procede como la interpolación. Supongamos, por ejemplo que se quiere conocer la posición del objeto en el instante  $t_e$ , siguiendo el procedimiento ya señalado, la posición será  $d_e$ .

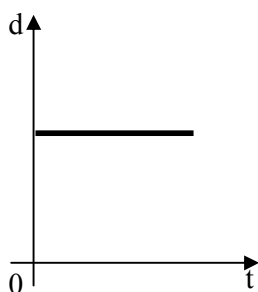
¿Cómo será el gráfico d v/s t, si el objeto:

a) en vez de avanzar, ¿retrocede?



Aquí la pendiente resultará negativa. Entonces, cuando un objeto se mueve devolviéndose o retrocediendo, respecto a un observador, tendrá rapidez, o velocidad, negativa.

b) ¿está detenido?

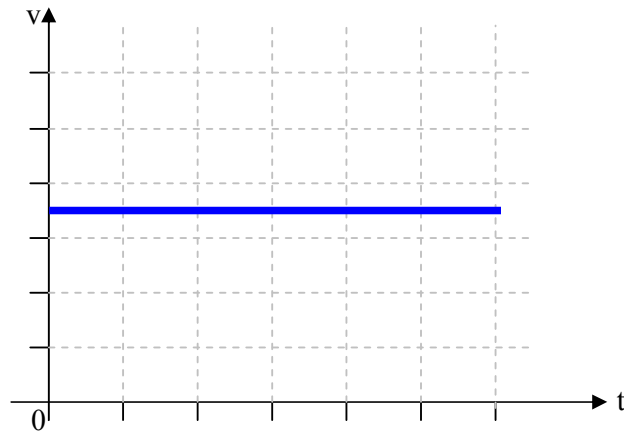


Aquí la pendiente será nula, esto significa que el objeto permanece en la misma posición a través del tiempo.

Hay más situaciones, pero es tarea de quién está aprendiendo averiguarlas y confeccionar el gráfico correspondiente.

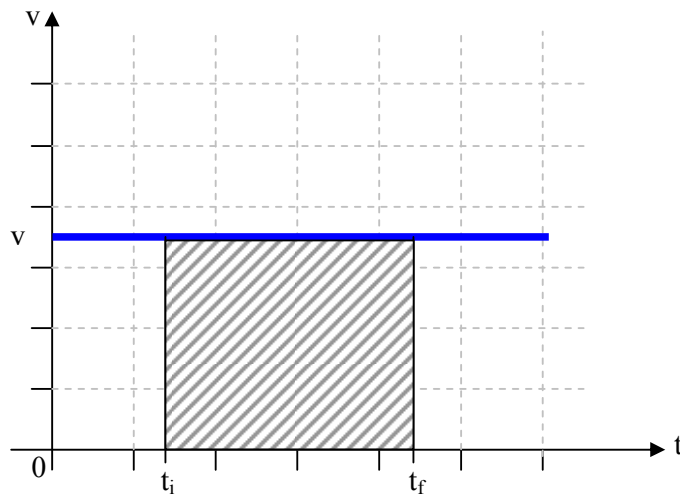
ii) Gráfico v v/s t

En el movimiento rectilíneo uniforme un objeto mantiene una rapidez constante, por lo tanto a medida que transcurre el tiempo el valor de su rapidez no se modifica, entonces el gráfico más representativo será:



**Área bajo la curva.**

Algo muy práctico en este gráfico es el cálculo del área bajo la curva en un intervalo de tiempo. Por ejemplo, entre  $t_i$  y  $t_f$ .



Como la figura que se forma es un paralelogramo, el área bajo la curva la determinamos con la fórmula  $A = \text{base por altura} = bh$ .

En nuestro caso, la base es  $t_f - t_i$  y la altura es  $v - 0 = v$ , por lo tanto, se tendrá:

Área =  $(t_f - t_i)v$ , y si el resultado no les dice nada, veamos lo fundamental: **las unidades de medida.**

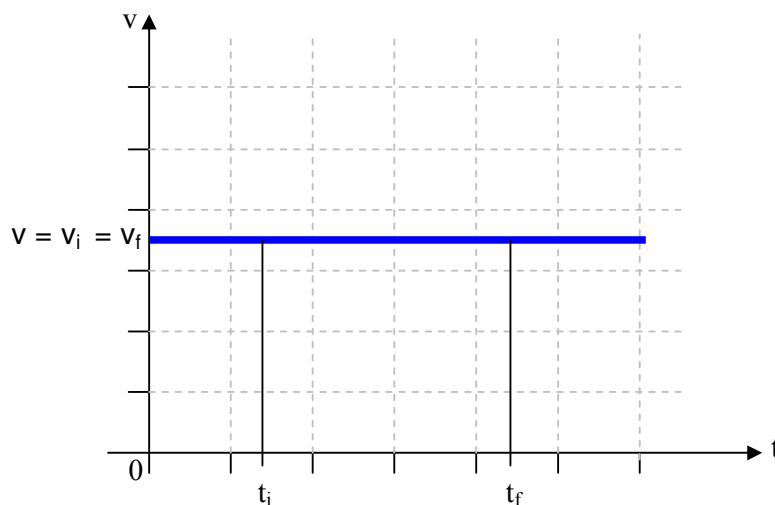
El tiempo lo medimos en [s] y la rapidez en  $\left[\frac{m}{s}\right]$ , por lo tanto, dimensionalmente nos quedará:  $[A] = [s] \left[\frac{m}{s}\right]$ , y si simplificamos, tendremos  $[A] = [m]$ , que es una unidad de longitud, y el concepto distancia se expresa en unidades de longitud.

De acuerdo a lo anterior se concluye que el **área bajo la curva en el gráfico v v/s t, corresponde a la distancia recorrida** por el objeto en el intervalo de tiempo que se ha considerado.

Observación. En este gráfico la figura resultante es un paralelogramo y el cálculo de su área resulta directo, pero habrá otras situaciones en donde no será tan directo, pero será en movimientos que no son MRU.

### Pendiente.

En el gráfico d v/s t resultó muy útil el cálculo de la pendiente de la recta. En éste gráfico, ¿tiene alguna utilidad? Veamos.



Para el cálculo de la pendiente será necesario ubicar dos puntos de la curva.

Escojamos los puntos  $(v_i, t_i)$  y  $(v_f, t_f)$ .

Ya se habrán dado cuenta que  $v_i = v_f$ , por lo tanto, entonces solo las llamaremos v.

Ahora, el cálculo de la pendiente:

$$\text{pendiente} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{v - v}{t_f - t_i} = \frac{0}{t_f - t_i} = 0$$

El resultado es 0, pero ¿qué nos dice eso? Para saberlo hay que ir nuevamente a lo más importante: **las unidades de medida**.

En la determinación de la pendiente se dividió rapidez por tiempo, por lo tanto, en unidades se tendrá:

$$[\text{pendiente}] = \frac{\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{[\text{s}]} = \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Y, ¿qué concepto se asocia con esa unidad de medida?

Esto significa adelantarse un poco, pero no está mal. El concepto de la física asociado a esa unidad es el de **aceleración**.

Entonces, se puede concluir que **en el movimiento rectilíneo uniforme la aceleración es nula**.

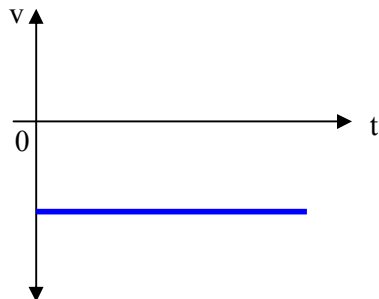
¿Qué más se puede hacer en el gráfico v v/s t?

También se puede interpolar y extrapolar.

¿Cómo es el gráfico si el objeto:

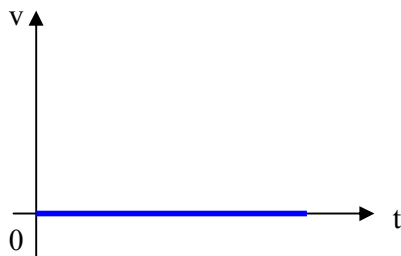
a) está devolviéndose?

Como ya se mencionó antes, si el objeto se devuelve su rapidez será negativa, por lo tanto, se tendrá:



b) ¿está detenido?

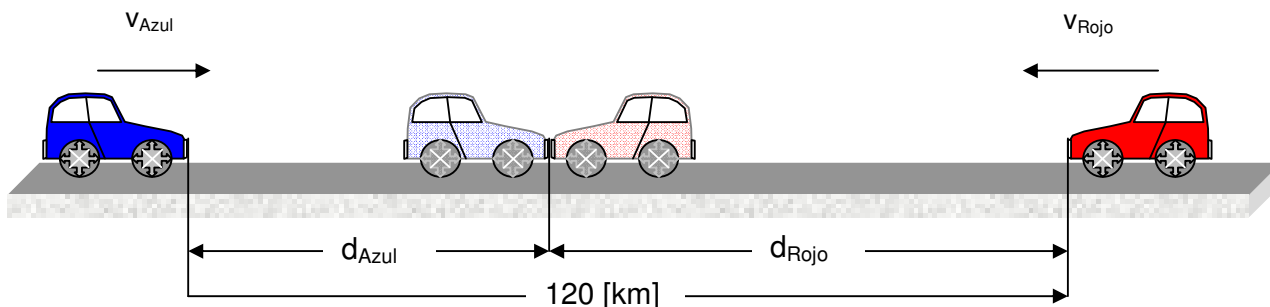
Si está detenido, entonces su rapidez es nula, es  $0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ .



Ejercicios de interpretación de gráficos los dejaremos pendientes hasta avanzar a otro tipo de movimiento.

Un último ejercicio antes de avanzar a otro capítulo.

1.9 Dos automóviles, uno azul y uno rojo, parten simultáneamente desde dos ciudades separadas 120 [km]. Si se mueven a  $60 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  y a  $100 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  respectivamente. Determine cuánto tiempo transcurre desde que partieron hasta que se cruzan y qué distancia recorre cada uno en ese tiempo.



Resolveremos este problema de dos formas diferentes: algebraica gráfica.

i) solución algebraica:

Fijaremos nuestro punto de referencia en el punto de partida del auto azul.

Datos:

$$v_{\text{Azul}} = 60 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

$$v_{\text{Rojo}} = 100 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

$$d_{\text{separación}} = 120 \text{ [km]}$$

$$d_{\text{Azul}} = d$$

$$d_{\text{Rojo}} = 120 \text{ [km]} - d$$

Si se observa la figura, se puede plantear que:

$$d_{\text{Azul}} + d_{\text{Rojo}} = 120 \text{ [km]}$$

Pero, de la ecuación 1.2, tenemos  $d = vt$ , entonces:  $d_{\text{Azul}} = v_{\text{Azul}}t$  y  $d_{\text{Rojo}} = v_{\text{Rojo}}t$ , y si se reemplaza en la igualdad anterior, se tiene:

$$v_{\text{Azul}}t + v_{\text{Rojo}}t = 120 \text{ [km]}$$

Factorizamos y despejamos  $t$

$$t = \frac{120 \text{ [km]}}{v_{\text{Azul}} + v_{\text{Rojo}}} = \frac{120 \text{ [km]}}{60 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] + 100 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]} = 0,75 \text{ [h]}$$

$$d_{Azul} = d = v_{Azul}t = 60 \left[ \frac{km}{h} \right] \cdot 0,75[h] = 45[km]$$

$$d_{Rojo} = 120[km] - d = 120[km] - 45[km] = 75[km]$$

Entonces, los automóviles tardan en cruzarse 0,75 horas, que es lo mismo que tres cuartos de hora. Y el automóvil azul recorre 45 kilómetros mientras que el rojo recorre 75 kilómetros.

ii) en forma gráfica:

Para esta parte será necesario recordar que para dibujar una recta en un sistema de coordenadas basta tener dos puntos de esa recta. Y como los automóviles se mueven con velocidades constantes, su gráfica d v/s t será una línea recta. Entonces nos daremos dos puntos para la gráfica de cada automóvil.

Recordemos sí, que:

$$v_{Azul} = 60 \left[ \frac{km}{h} \right]$$

$$v_{Rojo} = -100 \left[ \frac{km}{h} \right]$$

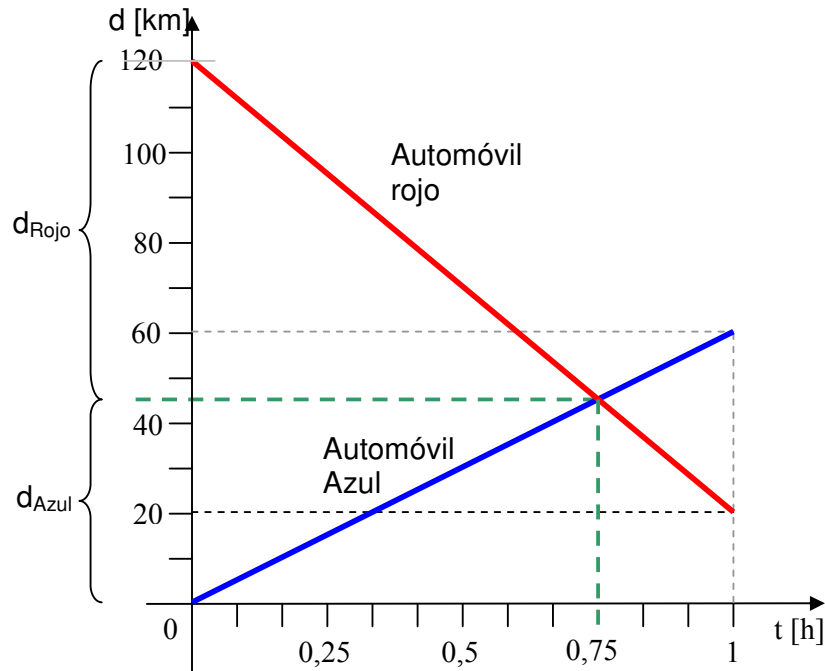
$$d_{Azul} = v_{Azul}t$$

Para el automóvil rojo hay que usar la ecuación 1.2:  $v = \frac{d_2 - d_1}{t}$  en donde  $d_2 = d_1 + vt$  y  $d_1$  es 120 [km]

$$d_{Rojo} = v_{Rojo}t + 120 [km]$$

Automóvil Azul		Automóvil Rojo	
t[h]	d [km]	t [h]	d [km]
0	0	0	120
1	60	1	20

Ahora hay que llevar esa información a un solo gráfico d v/s t.



Si nos fijamos en el lugar donde se interceptan las curvas, se tendrá el resultado.

El eje del tiempo señala el instante en que se cruzan los vehículos: 0,75 [h].  
Y, en el eje de las posiciones se señala las distancias que recorrieron cada automóvil, el azul recorrió 45 [km] y el rojo 75 [km].