2.- Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado (MRUA)

Escrito por:
Hernán Verdugo Fabiani
Profesor de Matemática y Física

En más de una oportunidad se ha dicho que el movimiento rectilíneo uniforme es un tanto escaso. Podríamos intentar nuevamente dar algunos ejemplos.

- Un objeto que cae.
- Un automóvil en la calle.
- La pelota de tenis en un raqueteo.
- La bala de una pistola.
- La Tierra alrededor del Sol.

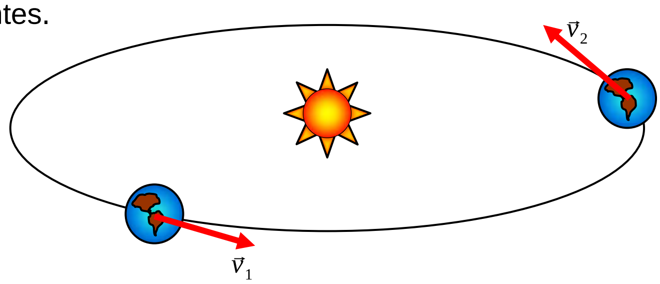
Veamos uno por uno si corresponden a MRU:

- El objeto que cae. No es un buen ejemplo, debido a que cuando empieza a caer está en reposo (con velocidad nula) y a medida que cae, su velocidad aumenta. Entonces no tiene velocidad uniforme.

- El automóvil en la calle. En general no es un buen ejemplo, debido a que el vehículo enfrenta diversas situaciones, tiene que frenar ante un semáforo o ante un paso de peatones, o debe aumentar su velocidad cuando inicia el movimiento.

- La pelota de tenis. ¡No!, tampoco. La pelota una vez que deja de estar en contacto con al raqueta está afectada por dos acciones que le modifican su movimiento, el roce con el aire que la hace disminuir su velocidad, y su propio peso que la empuja hacia abajo.

- La bala. Es similar a la pelota de tenis, solo que llega más lejos.
- La Tierra. Puede ser que tenga la misma rapidez, eso es cierto, pero su dirección está cambiando constantemente. La figura siguiente lo muestra, ahí se ve, por ejemplo, que $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ tienen distintas direcciones. Y eso basta para que sean velocidades diferentes.



Esos movimientos dados como ejemplos no corresponden a los llamados MRU, ya que no tienen velocidad constante y/o no son rectilíneos. Son con velocidad variable

Y cuando objeto que se mueve cambia su velocidad, puede hacerlo de dos formas. La siguiente tabla muestra las dos posibilidades.

	Caso A	Caso B	Caso C
t [s]	$v\left[\frac{m}{s}\right]$	$v\left[\frac{m}{s}\right]$	$v\left[\frac{m}{s}\right]$
0	5	7	22
1	8	8	20
2	11	11	18
3	14	18	16
4	17	12	14
5	20	9	12
6	23	-9	10

Se observa en la tabla, que en el caso A las rapideces cambian regularmente, van aumentando en la misma cantidad para cada unidad de tiempo, en cambio en el caso B, el cambio de rapidez no obedece a ningún patrón, y en el caso C, también se observa un cambio regular, aquí la velocidad disminuye en la misma cantidad en cada unidad de tiempo.

Entonces, los cambios de rapidez o velocidad, pueden ser:

- de manera regular.
- de manera no regular.

Por ahora solo nos preocuparemos de analizar lo que ocurre si el cambio de rapidez es en forma regular. Los otros casos quedarán para otro momento y para otro nivel de estudios.

Para expresar en forma matemática el concepto de aceleración recurramos al de rapidez. Pero ahora, veamos no la rapidez con que un objeto cambia de posición, $v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$, ahora veamos como cambia la velocidad.

En esta nueva situación, el concepto asociado al cambio de velocidad es conocido como **aceleración.**

Para comprenderlo un poco mejor, veamos el siguiente caso.

Supongamos un automóvil, que se mueve en un camino rectilíneo, que en un instante inicial t_i lleva una rapidez inicial v_i (a veces se le llama v_0) y luego, en un instante t_f posterior su rapidez a cambiado a v_f.

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_i - t_i} \qquad 2.1$$

Aceleración:

Se puede entender como la rapidez con que un objeto cambia su velocidad.

Esa expresión corresponde al concepto de **aceleración media**.

En el estudio del Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado (MRUA), las iniciales UA significan que el movimiento, aparte de ser en trayectoria rectilínea, es con aceleración uniforme, o constante.

Si el registro de la información del movimiento del objeto comienza en $t_i = 0$ [s], entonces podemos considerar $t = t_f$, y se tendrá:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \qquad 2.2$$

También se pudo haber establecido, convenientemente, que $t_f - t_i = t$, y si lo reemplazábamos en la ecuación 2.1, igualmente obteníamos 2.2.

Si despejamos v_f, se tiene:

$$v_f = v_i + at \qquad 2.3$$

Veamos el análisis dimensional para obtener la unidad de la aceleración. En la ecuación 2.2, se observa que la unidad del numerador es de velocidad y del denominador es de tiempo, por lo que se tiene:

$$[a] = \frac{\left[\frac{m}{s}\right]}{[s]} = \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

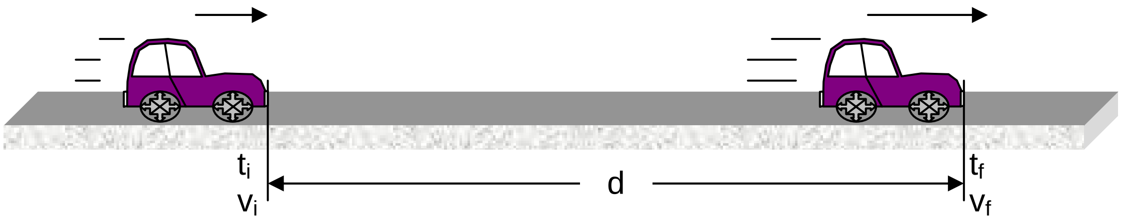
Entonces, cada vez que veamos una información con la unidad $\left[\frac{m}{s^2}\right]$, sabremos que se trata de aceleración.

Debido a que el cambio de rapidez que experimenta el automóvil es uniforme, se puede afirmar que la rapidez media es

$$v = \frac{v_i + v_f}{2} \qquad 2.4$$

Solo en este caso hay coincidencia con el concepto de promedio. Más adelante demostraremos que en general la rapidez media es diferente de la rapidez promedio.

Pero sigamos analizando la situación descrita antes. El automóvil, mientras cambia su rapidez desde v_i a v_f no está quieto, por lo tanto recorre cierta distancia d.



Bien, si igualamos las ecuaciones 1.1 y 2.4, se tendrá:

$$\frac{d}{t} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

Si reemplazamos la ecuación 2.3 en la igualdad anterior:

$$\frac{d}{t} = \frac{v_i + (v_i + at)}{2}$$

Y, despejando d, se tendrá:

$$\boxed{d = v_i t + \frac{1}{2} at^2} \qquad 2.5$$

Nuevamente veamos la igualdad de las rapideces medias.

$$\frac{d}{t} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

Ahora despejemos *t* de la ecuación 2.2 y reemplacémoslo en la igualdad anterior,

$$\frac{d}{\frac{v_f - v_i}{a}} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

$$\frac{2d}{a} = (v_f + v_i)(v_f - v_i)$$

$$\frac{2d}{a} = v_f^2 - v_i^2$$

Y, ordenando:

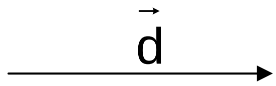
$$\boxed{v_f^2 = v_i^2 + 2ad} \qquad 2.6$$

¿Qué dirección y sentido tiene la aceleración?

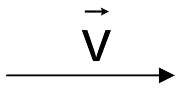
El desplazamiento es un vector. Tiene, además de magnitud (número y unidad de medida), dirección y sentido. Entonces, la velocidad es un vector, dado que la velocidad es el cuociente entre el desplazamiento y el tiempo: $\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$.

Ambas expresiones, desplazamiento y velocidad, tendrán entonces la misma dirección.

Si la flecha siguiente representa el desplazamiento:



Entonces, la siguiente representa la velocidad:



Todos los vectores se pueden representar con flechas, y el tamaño de ellas es proporcional a la magnitud de los vectores.

Y, la aceleración, ¿es un vector?

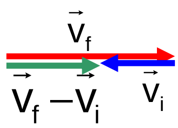
También lo es. Basta ver la ecuación 2.2: $a = \frac{v_f - v_i}{t}$, ahí se ve que es el cuociente entre la variación de rapidez y el tiempo en que ocurre tal cambio.

Si cambiamos rapidez por velocidad, se tendrá: $\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t}$.

Y la aceleración, ¿qué dirección tendría respecto a la velocidad y el desplazamiento?

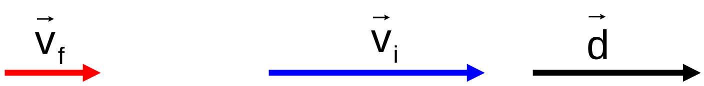
Depende de las velocidades. Mejor dicho, depende de la variación de las velocidades. En realidad, tiene la misma dirección y sentido que $\vec{v}_f - \vec{v}_i$. Entonces, hay dos opciones: que la final sea mayor que la inicial, o al revés, que la mayor sea la inicial. Veámoslo con flechas que representan vectores.

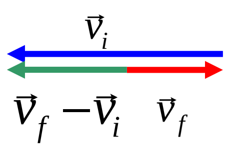
Si $\vec{v}_f$ es mayor que $\vec{v}_i$:



La flecha verde es la que resulta de restar la velocidad final y la inicial. Y como en un movimiento rectilíneo la velocidad (inicial y/o final) y el desplazamiento tienen la misma dirección. Aquí se tiene que la aceleración, la velocidad y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido.

Si $\vec{v}_i$ es mayor que $\vec{v}_f$:





Ahora se puede observar que $\vec{v}_f - \vec{v}_i$ tiene la misma dirección que la velocidad (inicial y/o final) pero sentido contrario al desplazamiento. Es decir, la aceleración tiene la misma dirección pero sentido contrario a la velocidad y el desplazamiento.

Algunos problemas:

2.1 *El chita (*cheetah) *es un felino del África, y es considerado uno de los más veloces. Puede alcanzar una velocidad de 118,8* $\left[\frac{km}{h}\right]$ *en solo 3 [s]. Si parte del reposo, hallar la aceleración que imprime para alcanzar esa velocidad y la distancia que recorre en ese tiempo.*

Datos:

$v_i = 0 \left[\frac{m}{s}\right]$

$v_f = 118{,}8 \left[\frac{km}{h}\right] = 33 \left[\frac{m}{s}\right]$

t = 3 [s]

a = ?

d = ?

Si examinamos las ecuaciones que hay, veremos que la 2.2 sirve directamente.

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Reemplazando y resolviendo, se tiene:

$$\boxed{a = \frac{33\left[\frac{m}{s}\right] - 0\left[\frac{m}{s}\right]}{3[s]} = 11\left[\frac{m}{s^2}\right]}$$

Y, para determinar la distancia que recorre, usamos la relación 2.5:

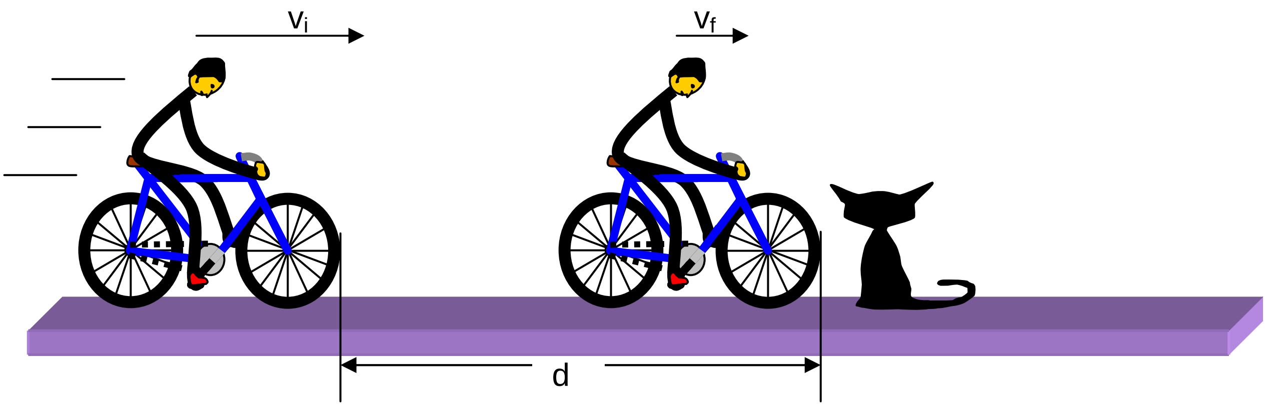
$$d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Reemplazando y resolviendo, se tiene:

$$\boxed{d = 0\left[\frac{m}{s}\right] \bullet 3[s] + \frac{1}{2}11 \bullet \left[\frac{m}{s^2}\right] \bullet (3[s])^2 = 49{,}5[m]}$$

Entonces, tendríamos que el chita acelera a razón de 11 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ *y en solo 3 [s] recorre 49,5 [m]. ¡Nada mal para solo 3 segundos de movimiento!!*

2.2 *Un ciclista se está moviendo a razón de 12* $\left[\frac{m}{s}\right]$ *cuando tiene que frenar de emergencia al cruzársele un gato 2,5 [m] por delante de él. Y en solo 0,4 [s] logra detenerse. ¿Qué aceleración tuvo el ciclista y qué distancia alcanzó a recorrer? ¿Habrá sido suficiente esa frenada para evitar atropellar al gato?*



Datos:

$v_i = 12 \left[\frac{m}{s}\right]$

$v_f = 0 \left[\frac{m}{s}\right]$

$t = 0{,}4$ [s]

$a = ?$

$d = ?$

La ecuación que nos sirve, directamente, es la 2.2

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$a = \frac{0\left[\frac{m}{s}\right] - 12\left[\frac{m}{s}\right]}{0{,}4[s]} = -30\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Y, para determinar la distancia que recorre, utilizamos la ecuación 2.5

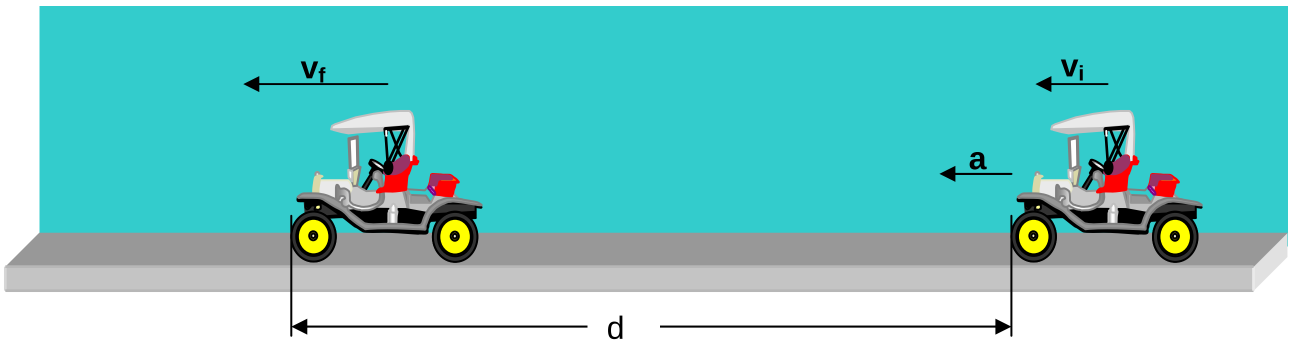
$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$d = 12\left[\frac{m}{s}\right] \bullet 0{,}4[s] + \frac{1}{2} \bullet \left(-30\left[\frac{m}{s^2}\right]\right) \bullet (0{,}4[s])^2 = 2{,}4[m]$$

Entonces, tenemos que el ciclista al frenar imprimió una aceleración de - 30 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ *a la bicicleta y alcanzó a recorre 2,4 [m] antes que atropellara al gato. Por lo tanto el gato se salva.*

Nótese que la **aceleración** del ciclista fue **negativa**. Y esto va a ocurrir toda vez que un objeto que se mueve reduce su velocidad.

2.3 *Un automóvil lleva una velocidad de 36* $\left[\frac{km}{h}\right]$ *cuando acelera y luego de recorrer 210 [m], con esa aceleración constante, su velocidad aumenta a 90* $\left[\frac{km}{h}\right]$*. Determine la aceleración que tuvo en ese tramo y cuánto tiempo estuvo acelerando.*



Datos:

$v_i = 36 \left[\frac{km}{h}\right] = 10 \left[\frac{m}{s}\right]$

$v_f = 90 \left[\frac{km}{h}\right] = 25 \left[\frac{m}{s}\right]$

d = 210 [m]

a = ?

t = ?

De acuerdo a la información que hay disponible, la ecuación que es más directa, es ka 2.6:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

Despejando, se tiene:

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} = \frac{\left(25\left[\frac{m}{s}\right]\right)^2 - \left(10\left[\frac{m}{s}\right]\right)^2}{2 \bullet 210[m]} = 1,25\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Y, para hallar el tiempo que tardó e

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Despejando tiempo, se tiene:

$$t = \frac{25\left[\frac{m}{s}\right] - 10\left[\frac{m}{s}\right]}{1,25\left[\frac{m}{s^2}\right]} = 12[s]$$

Entonces, el automóvil mientras estuvo cambiando de velocidad aceleró uniformemente a razón de 1,25 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ *y, a su vez, tardó 12 [s] en ese cambio.*

2.4 *Un objeto se mueve en línea recta con cierta velocidad y poco a poco va disminuyendo su velocidad de tal forma que al cabo de 40 [s] se detiene totalmente. Si disminuye su velocidad a razón de 0,5* $\left[\frac{cm}{s}\right]$ *en cada segundo, determine la velocidad inicial que tenía y la distancia que recorrió en ese tiempo.*

Datos:

$v_f = 0 \left[\frac{cm}{s}\right]$

$t = 40\ [s]$

En el enunciado del problema se dice que la velocidad disminuye 0,5 $\left[\frac{cm}{s}\right]$ *en cada segundo, pero esto es, precisamente, el concepto de aceleración. Y como la velocidad disminuye, esa aceleración debe ir con signo negativo.*

$a = -0{,}5 \left[\frac{cm}{s^2}\right]$

$v_i = ?$

$d = ?$

De acuerdo a la información que hay, podemos determinar la velocidad inicial con la ecuación 2.3

$$v_f = v_i + at$$

Despejamos, reemplazamos y calculamos

$$v_i = v_f - at$$

$$v_i = 0\left[\frac{cm}{s}\right] - \left(-0{,}5\left[\frac{cm}{s^2}\right]\right) \bullet 40[s] = 20\left[\frac{cm}{s}\right]$$

Y, para determinar la distancia recorrida por el objeto, mientras se detenía, usamos la ecuación 2.5

$$d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = 20\left[\frac{cm}{s}\right] \bullet 40[s] + \frac{1}{2} \bullet \left(-0{,}5\left[\frac{cm}{s^2}\right]\right) \bullet \left(40[s]\right)^2 = 400[cm]$$

Entonces, el objeto frenó desde el momento que llevaba una velocidad de 20 $\left[\frac{cm}{s}\right]$ *y alcanzó a recorrer 400 [cm] antes de detenerse.*

2.5 *Un policía está en reposo, con su moto, controlando el flujo vehicular. Se da cuenta que un automóvil viene aparentemente a exceso de velocidad, cuyo límite máximo en esa zona es 50* $\left[\frac{km}{h}\right]$*. En cuanto pasa frente a él, sale en su persecución. El automóvil se mueve con velocidad constante. La persecución solo es de 450 [m]. Y en el preciso instante que lo alcanza, la velocidad del policía es 108* $\left[\frac{km}{h}\right]$*. ¿Estaba cometiendo infracción de exceso de velocidad el automovilista?*

Este problema combina dos tipos de movimiento, el Rectilíneo Uniforme y el Rectilíneo Uniforme Acelerado. Y si comprendemos lo que dice la situación planteada, el policía se pone en movimiento inmediatamente cuando el automovilista pasa frente a él, por lo tanto en la parida del policía los dos vehículos están juntos. Ahí el automovilista sobrepasa al policía, pero éste aumenta su velocidad y logra alcanzarlo, en ese momento nuevamente están juntos. En consecuencia, durante la persecución, ambos recorren la misma distancia y emplean el mismo tiempo.

Datos:

Automóvil

$d = 450\ [m]$
$v_A = ?$
$t = t$

Policía

$v_i = 0 \left[\frac{m}{s}\right]$

$v_f = 108 \left[\frac{km}{h}\right] = 30 \left[\frac{m}{s}\right]$

$d = 450\ [m]$
$t = t$
$a = ?$

Para encontrar la respuesta a la pregunta que se hace, hay que comparar la velocidad del automovilista con el límite de 50 $\left[\frac{km}{h}\right]$ que hay en ese sector. Y, si revisamos la información que hay, se puede hacer lo siguiente:

Despejar tiempo de la ecuación 1.1 $t = \frac{d}{v}$

Despejar tiempo de la ecuación 2.2 $t = \frac{v_f - v_i}{a}$

Como ambos tiempos son iguales, entonces igualamos las ecuaciones, considerando v_A como la velocidad del automovilista:

$$\frac{v_f - v_i}{a} = \frac{d}{v_A}$$

Como desconocemos la aceleración del policía, vamos a determinarla antes de continuar.

De acuerdo a la información que hay disponible para el policía, se despeja aceleración de la ecuación 2.6. Luego reemplazamos y calculamos.

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} = \frac{\left(30\left[\frac{m}{s}\right]\right)^2 - \left(0\left[\frac{m}{s}\right]\right)^2}{2 \bullet 450[m]} = 1\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Ahora volvemos a lo que estaba pendiente:

$$\frac{v_f - v_i}{a} = \frac{d}{v_A}$$

Despejamos la velocidad v_A del automovilista:

$$v_A = \frac{ad}{v_f - v_i}$$

$$v_A = \frac{1\left[\frac{m}{s^2}\right] \bullet 450[m]}{30\left[\frac{m}{s}\right] - 0\left[\frac{m}{s}\right]} = 15\left[\frac{m}{s}\right]$$

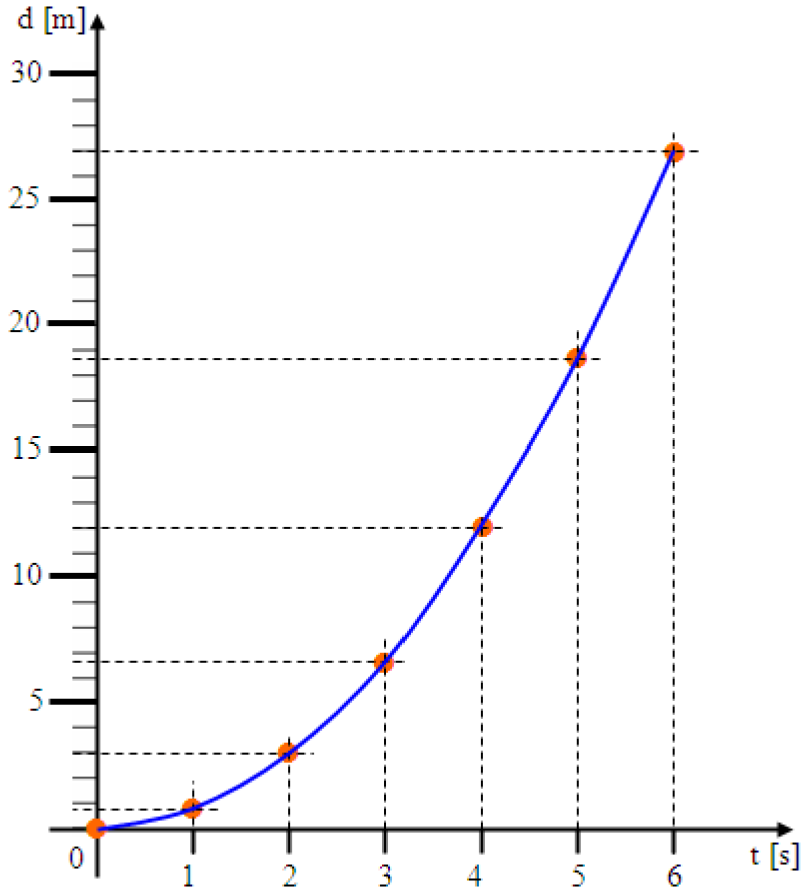
Y como $15\left[\frac{m}{s}\right]$ equivale a $54\left[\frac{km}{h}\right]$. El policía tenía razón, el automovilista iba a una velocidad mayor que la máxima permitida.

Gráficos del Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado

Vamos a suponer un objeto que se mueve con las características de este tipo de movimiento y para el cual se han controlado algunas posiciones que ha tenido en los instantes que se indican en la tabla de datos siguiente:

t [s]	0	1	2	3	4	5	6
d [m]	0	0,75	3	6,75	12	18,75	27

Ahora, construiremos un gráfico **d v/s t** con esa información.

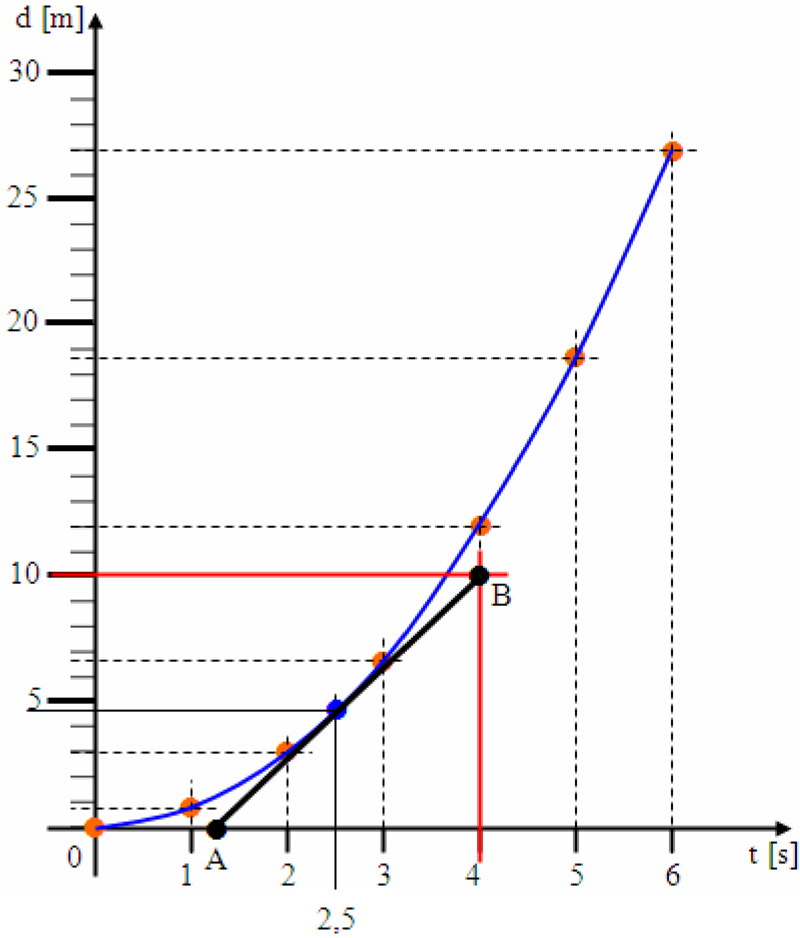


La curva graficada se llama “semiparábola”.

Anteriormente, en el gráfico **d v/s t** para el movimiento rectilíneo uniforme se pudo determinar la pendiente de la curva graficada debido a que era una recta. Pero en este caso, la curva no es recta, por lo tanto no se puede calcular su pendiente y obtener la rapidez media como el caso anterior.

Sin embargo, sí se puede hacer algo en relación a la rapidez. Pero se trata de determinar la rapidez instantánea.

Supongamos, por ejemplo, que se quiere conocer la rapidez del objeto en el instante t = 2,5 [s]. Se ubica ese instante en el eje del tiempo, luego se traza una recta hasta la curva. En ese punto se dibuja una recta tangente a la curva, y a esa recta se le determina la pendiente. El resultado que se tiene es la rapidez instantánea del objeto a los 2,5 [s].



En la curva del gráfico, el punto azul corresponde al instante 2,5 [s], ahí el trazo negro es la tangente a la curva. En ese trazo se han identificado dos puntos, el A y el B. Las coordenadas, aproximadas, de esos puntos son: A(0 [m], 1,3 [s]) y B(10 [m], 4 [s]).

Entonces, la pendiente en ese punto, es:

$$v = \frac{d_B - d_A}{t_B - t_A} = \frac{10[m] - 0[m]}{4[s] - 1{,}3[s]} = 3{,}7\left[\frac{m}{s}\right]$$

Y, finalmente, se tiene que 3,7 $\left[\frac{m}{s}\right]$ es la rapidez instantánea del objeto a los 2,5 [s].

Idealmente se podría determinar las rapideces instantáneas en varios puntos del gráfico d v/s t y con esos datos construir un gráfico v v/s t.

También se puede interpolar o extrapolar para conocer posiciones del objeto en un tiempo determinado.

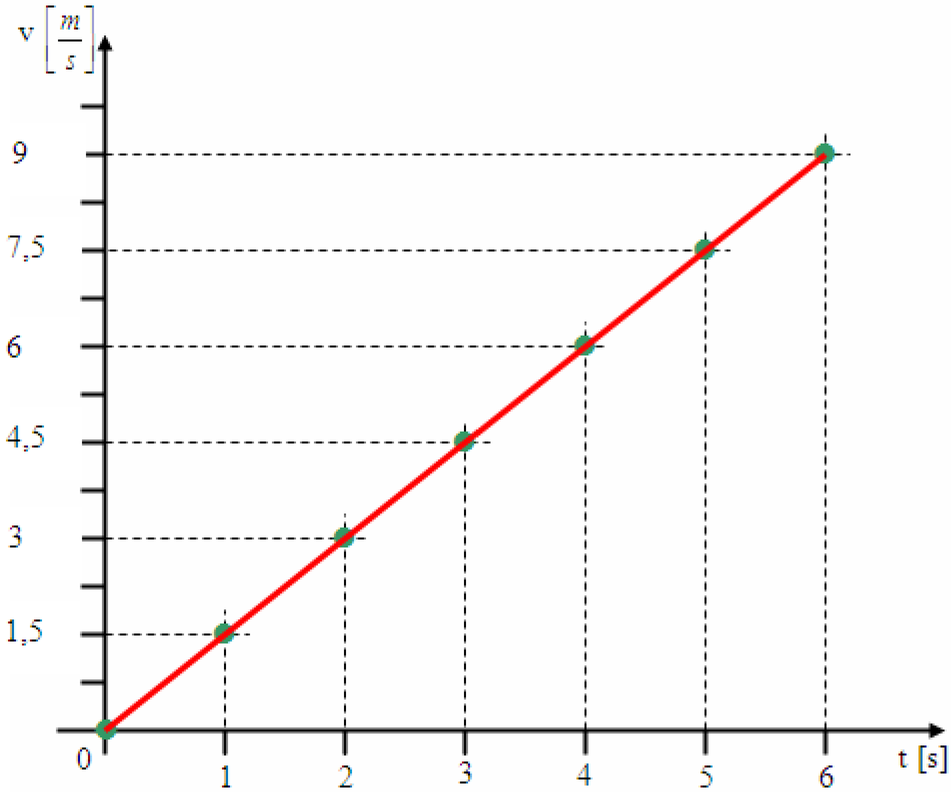
Por ejemplo, a los 2,5 [s], el objeto se encontraba aproximadamente a 4,7 [m] del origen.

Por ahora se va a proceder de otra forma para construir este nuevo gráfico.

Los datos de velocidad y tiempo que corresponden al mismo objeto que se mueve, son:

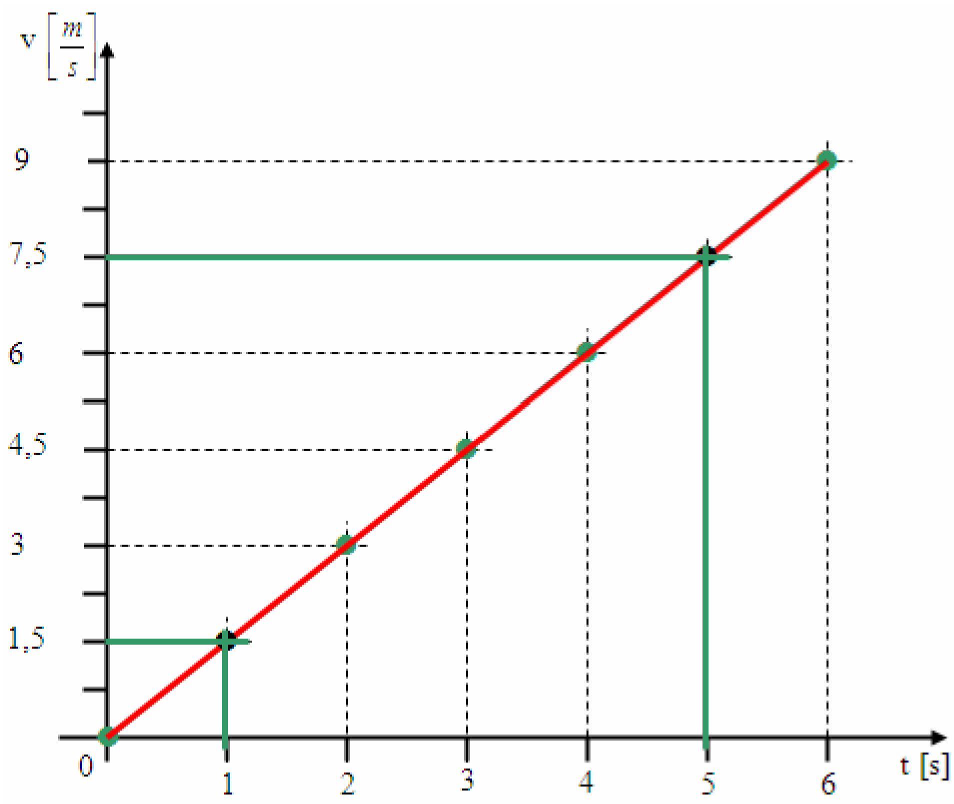
t [s]	0	1	2	3	4	5	6
v $\left[\frac{m}{s}\right]$	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9

El gráfico **v v/s t** que corresponde a esa información, es:



Lo primero que se puede observar es que las variables **v** y **t** son directamente proporcionales. Esto porque la curva es una recta “inclinada” respecto al eje horizontal.

También, por ser una recta, se puede calcular su pendiente. Para ello basta escoger dos puntos de la recta. A continuación se presenta todo el procedimiento.



Los puntos escogidos (**de la recta**), son: (1,5 $\left[\frac{m}{s}\right]$, 1 [s]) y (7,5 $\left[\frac{m}{s}\right]$, 5 [s]).

Y, la pendiente será:

$$m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{7{,}5\left[\frac{m}{s}\right] - 1{,}5\left[\frac{m}{s}\right]}{5[s] - 1[s]} = 1{,}5\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

No olvidar:
La pendiente en la curva en el gráfico v v/s t representa a la aceleración.

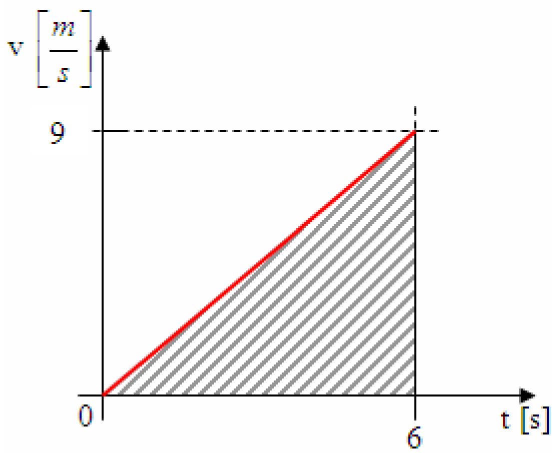
Si una aceleración a_1 es mayor que una a_2, entonces, la pendiente que se relaciona con a_1 tiene más inclinación que la que se relaciona con a_2.

Se observa que la unidad de medida es $\left[\frac{m}{s^2}\right]$, y esta unidad corresponde a la **aceleración**. Es decir, en el ejemplo que estamos tratando, el objeto acelera a razón de 1,5 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

Y, aún queda algo más. El área bajo la curva.

Ya se dijo antes que el área bajo la curva en el gráfico v v/s t representa a la distancia recorrida por un objeto que se mueve.

En el ejemplo que estamos tratando calculemos la distancia recorrida entre los 0 [s] y los 6 [s], es decir, en todo el tramo controlado. Simplificando, el área que se va a calcular está en el gráfico siguiente (es el mismo anterior, pero simplificado).



La figura a la cuál hay que determinar el área es un triángulo, con base igual a 6 [s] y altura igual a 9 $\left[\frac{m}{s}\right]$. Y como el área de un triángulo es el semiproducto de la base por la altura, se tendrá:

$$d = \frac{6[s] \bullet 9\left[\frac{m}{s}\right]}{2} = 27[m]$$

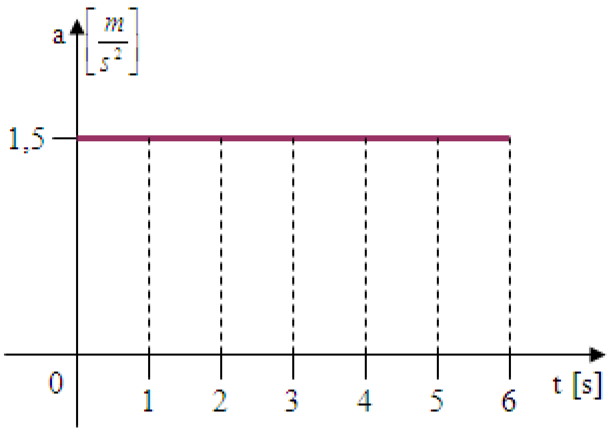
Y, finalmente, el gráfico de aceleración en función del tiempo.

Una deducción que se hace del gráfico anterior es que la velocidad es directamente proporcional al tiempo que transcurre. Esto significa que la aceleración del objeto que se mueve es constante a través del tiempo.

Entonces, la tabla de datos que corresponde al caso es:

t [s]	0	1	2	3	4	5	6
a $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

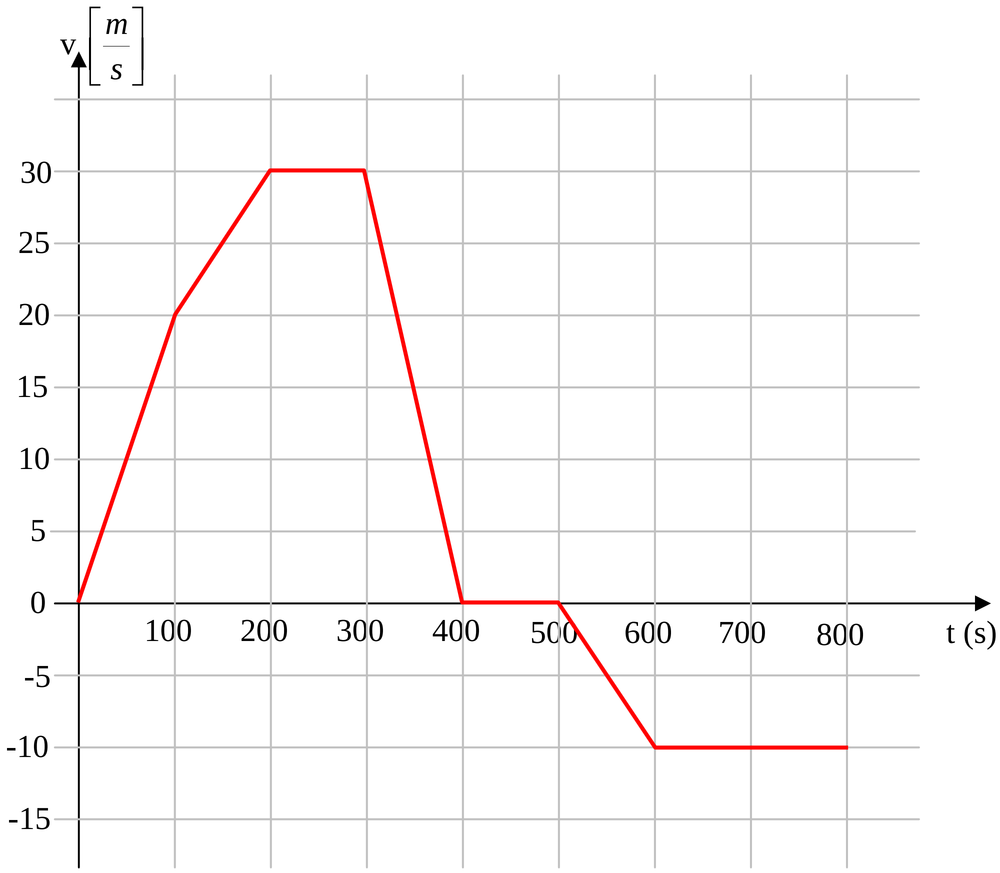
Y, el gráfico sería:



Se observa, entonces, que la curva que representa a la aceleración, en un gráfico a v/s t, para un objeto que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme, es una línea recta paralela al eje del tiempo.

Ejercicio:

2.7 *El siguiente gráfico v v/s t representa el movimiento de un automóvil que se mueve en una autopista. Analícelo y responda lo que se solicita.*



a) *Describa el movimiento del automóvil.*
b) *Encuentre la aceleración en cada tramo.*
c) *Determine la distancia recorrida en cada tramo y en total hasta los 800 [s].*
d) *¿Cuál fue la rapidez media del automóvil en los 800 [s]?*
e) *¿Cuál fue la velocidad media del automóvil en los 800 [s]?*

a) *Para describir el movimiento del automóvil vamos a dividir la gráfica en tramos.*

Tramo	*Descripción*
0 [s] a 100 [s]	*El automóvil parte del reposo y acelera hasta alcanzar una velocidad de 20* $\left[\frac{m}{s}\right]$.
100 [s] a 200 [s]	*Cambia la aceleración a un valor menor que el anterior, se aprecia pues la inclinación del trazo en este tramo es menor que en el primero. Acelera hasta alcanzar una velocidad de 30* $\left[\frac{m}{s}\right]$.
200 [s] a 300 [s]	*Se mantiene con velocidad constante de 30* $\left[\frac{m}{s}\right]$.
300 [s] a 400 [s]	*Frena, o desacelera, hasta detenerse.*
400 [s] a 500 [s]	*Se queda detenido.*

500 [s] a 600 [s]	*Acelera nuevamente, ahora el automóvil se está devolviendo al punto de partida, esto se aprecia pues la velocidad toma valores negativos. Acelera hasta que alcanza la velocidad de -10* $\left[\frac{m}{s}\right]$. *Hay que estar atento a este tipo de situación en un gráfico. La aceleración resultará negativa, basta ver el tipo de inclinación que tiene el trazo en el tramo. Pero no se trata de una desaceleración. El automóvil está aumentando la magnitud de su velocidad, pero se está devolviendo.*
600 [s] a 800 [s]	*Se mantiene con velocidad constante de -10* $\left[\frac{m}{s}\right]$.

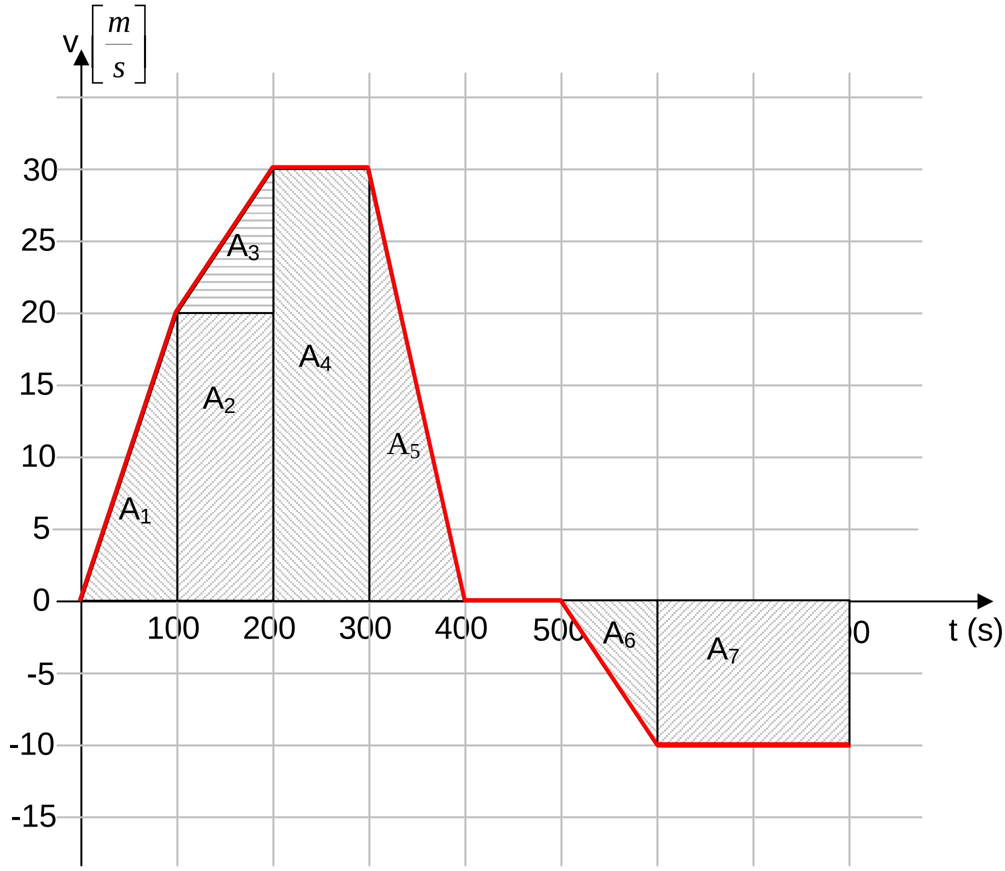
También se puede notar que en el tramo donde es mayor la magnitud de la aceleración es en el de 300 [s] a 400 [s]. Ahí la velocidad varía en 30 unidades. Si se le compara con los otros tramos donde hay aceleración, ese es el de mayor variación. Se aprecia a simple vista viendo que la inclinación del trazo de recta, aunque sea negativa, es la de mayor inclinación.

b) *Aceleraciones en cada tramo:*

Tramo	*Aceleración*
0 [s] a 100 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20\left[\frac{m}{s}\right] - 0\left[\frac{m}{s}\right]}{100[s] - 0[s]} = 0{,}2\left[\frac{m}{s^2}\right]$
100 [s] a 200 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30\left[\frac{m}{s}\right] - 20\left[\frac{m}{s}\right]}{200[s] - 100[s]} = 0{,}1\left[\frac{m}{s^2}\right]$
200 [s] a 300 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30\left[\frac{m}{s}\right] - 30\left[\frac{m}{s}\right]}{300[s] - 200[s]} = 0\left[\frac{m}{s^2}\right]$
300 [s] a 400 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0\left[\frac{m}{s}\right] - 30\left[\frac{m}{s}\right]}{400[s] - 300[s]} = -03\left[\frac{m}{s^2}\right]$
400 [s] a 500 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0\left[\frac{m}{s}\right] - 0\left[\frac{m}{s}\right]}{500[s] - 400[s]} = 0\left[\frac{m}{s^2}\right]$
500 [s] a 600 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10\left[\frac{m}{s}\right] - 0\left[\frac{m}{s}\right]}{600[s] - 500[s]} = -0{,}1\left[\frac{m}{s^2}\right]$
600 [s] a 800 [s]	$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10\left[\frac{m}{s}\right] - \left(-10\left[\frac{m}{s}\right]\right)}{800[s] - 600[s]} = 0\left[\frac{m}{s^2}\right]$

c) *Ahora la distancia recorrida por el automóvil, pero primero hay que determinarla para cada tramo y luego se sumas cada una de las distancias que se obtenga.*

Para la determinación de las distancias en cada tramo se calculará el área bajo la curva. Para ello se dividirá la gráfica tal como se indica a continuación.



Hay que recordar que el área bajo la curva es la distancia recorrida, por lo tanto las áreas señaladas representan las distancias recorridas, es decir $A_n = d_n$

Tramo	*Figura*	*Distancia*
0 [s] a 100 [s]	*Triángulo*	$d_1 = A_1 = \frac{bh}{2} = \frac{100[s] \bullet 20\left[\frac{m}{s}\right]}{2} = 1.000[m]$
100 [s] a 200 [s]	*Rectángulo*	$d_2 = A_2 = bh = 100[m] \bullet 20\left[\frac{m}{s}\right] = 2.000[m]$
	Triángulo	$d_3 = A_s = \frac{bh}{2} = \frac{100[s] \bullet 10\left[\frac{m}{s}\right]}{2} = 500[m]$
200 [s] a 300 [s]	*Rectángulo*	$d_4 = A_4 = bh = 100[m] \bullet 30\left[\frac{m}{s}\right] = 3.000[m]$
300 [s] a 400 [s]	*Triángulo*	$d_5 = A_5 = \frac{bh}{2} = \frac{100[s] \bullet 30\left[\frac{m}{s}\right]}{2} = 1.500[m]$
400 [s] a 500 [s]	*No hay*	*0 [m]*

500 [s] a 600 [s]	*Triángulo*	$d_6 = A_6 = \frac{bh}{2} = \frac{100[s] \bullet 10\left[\frac{m}{s}\right]}{2} = 500[m]$
600 [s] a 800 [s]	*Rectángulo*	$d_7 = A_7 = bh = 200[m] \bullet 10\left[\frac{m}{s}\right] = 2.000[m]$
Total	$\sum_1^7 d_i$	*10.500 [m]*

Nota:
$\sum_1^7 d_i = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7$
. Se lee: "sumatoria de distancias, desde i = 1 hasta i = 7"

Entonces, el automóvil recorrió 10.500 [m] en los 800 [s] que se registraron.

d) La rapidez media del automóvil sería:

$$v = \frac{d_{total}}{t_{total}} = \frac{10.500[m]}{800[s]} = 13{,}125\left[\frac{m}{s}\right]$$

e) Para el cálculo de la velocidad media debemos considerar el desplazamiento efectuado por el automóvil. Y en este caso, ***suponiendo que se devolvió por el mismo camino en que iba antes de retornar****, hay que determinar en qué posición quedó.*

Tramo		*Distancia*
0 [s] a 100 [s]	*Avanzó*	*1.000 [m]*
100 [s] a 200 [s]	*Avanzó*	*2.000 [m]*
200 [s] a 300 [s]	*Avanzó*	*3.000 [m]*
300 [s] a 400 [s]	*Retrocedió*	*-1.500 [m]*
400 [s] a 500 [s]	*Reposo*	*0 [m]*
500 [s] a 600 [s]	*Retrocedió*	*-500 [m]*
600 [s] a 800 [s]	*Retrocedió*	*-2.000 [m]*
Total	$\sum_1^7 d_i$	*2.000 [m]*

Es decir, quedó a 2.000 [m] de distancia del punto de partida. En otras palabras: "se desplazó 2.000 [m]".

Entonces, la velocidad del automóvil sería:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t_{total}} = \frac{2.000[m]}{800[s]} = 2{,}5\left[\frac{m}{s}\right]$$

en la misma dirección y sentido con que empezó a moverse.