

LANZAMIENTOS VERTICALES ... soluciones

1.- Desde un puente se lanza una piedra con una velocidad inicial de 10 m/s y tarda 2 s en llegar al agua. Calcular la velocidad que lleva la piedra en el momento de incidir en el agua y la altura del puente.

Datos:

$$\begin{aligned}v_i &= 10 \text{ m/s} \\t &= 2 \text{ s} \\v_f &= ? \\h &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_f &= v_i + gt \rightarrow v_f = 10 \text{ m/s} + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} = 29,6 \text{ m/s} \\h &= v_i t + gt^2/2 \rightarrow h = 10 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 / 2 = 39,6 \text{ m}\end{aligned}$$

2.- Un cañón antiaéreo lanza un proyectil verticalmente con una velocidad de 500 m/s. Calcular: a) la máxima altura que alcanzará el proyectil, b) el tiempo que empleará en alcanzar dicha altura, c) la velocidad instantánea a los 40 y 60 s, d) ¿en qué instantes pasará el proyectil por un punto situado a 10 km de altura? no se considera el roce con el aire. **Difícil.**

Datos:

$$\begin{aligned}v_i &= 500 \text{ m/s} \\g &= -9,8 \text{ m/s}^2 \text{ Se considera como referencia, positivo hacia arriba y negativo hacia abajo.}\end{aligned}$$

a)

$$\begin{aligned}v_f &= 0 \text{ m/s} \\h &= ?\end{aligned}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow h = (v_f^2 - v_i^2) / 2g = ([0 \text{ m/s}]^2 - [500 \text{ m/s}]^2) / (2 \cdot [-9,8 \text{ m/s}^2]) = 12.755 \text{ m}$$

b)

$$t = ?$$

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (0 \text{ m/s} - 500 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 51,02 \text{ m/s}$$

c)

$$\begin{aligned}v_{40} &= ? \\v_{60} &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_f &= v_i + gt \rightarrow v_{40} = 500 \text{ m/s} + -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 40 \text{ s} = 108 \text{ m/s} \\v_f &= v_i + gt \rightarrow v_{60} = 500 \text{ m/s} + -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ s} = -88 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Debido a que el Segundo resultado, v_{60} , es negativo, significa que a los 60 s el proyectil viene cayendo con una rapidez de 88 m/s.

d)

$$\begin{aligned}h &= 10.000 \text{ m} \\t_1 &= ? \\t_2 &= ?\end{aligned}$$

i) Cuando va hacia arriba, t_1 , la rapidez que lleva a los 10.000 m la determinamos a partir de:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow$$

$$v_f^2 = (500 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 10.000 \text{ m} = 54.000 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_f = 232,4 \text{ m/s}$$

Entonces, de $v_f = v_i + gt$, se tiene:

$$t = (v_f - v_i) / g = (232,4 \text{ m/s} - 500 \text{ m/s}) / (-9,8 \text{ m/s}^2) = 27,3 \text{ s}$$

ii) Cuando va cayendo, consideremos caída libre. De acuerdo a la respuesta en la letra a) el proyectil alcanza una altura máxima de 12.755 m, por lo tanto, cuando está a una altura de 10.000 m sobre el suelo habrá caído 2.755 m, entonces.

$$h = gt^2 / 2 \rightarrow 2.755 \text{ m} = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 / 2 \rightarrow 562,24 \text{ s}^2 = t^2 \rightarrow t = 23,7 \text{ s}$$

Ese tiempo es el que tarda en caer desde que alcanzó la altura máxima, entonces para conocer el tiempo, desde que se dispara, en que pasa por 10.000 m de altura en la caída, hay que sumarle el tiempo en alcanzar la altura máxima, que fue determinado en la letra b). Por lo tanto el tiempo t_2 es:

$$t_2 = 23,7 \text{ s} + 51,02 \text{ s} = 74,72 \text{ s}$$

3.- Se lanza verticalmente una pelota de forma que al cabo de 4 s regresa de nuevo al punto de partida. Calcular la velocidad inicial con la que se lanzó.

Datos:

$t = 4 \text{ s}$ Este es el tiempo que tarda en subir y en bajar, retornando al mismo punto desde el que fue lanzada la pelota. Por lo tanto, el tiempo que tarda en subir es

$$t = 2 \text{ s}$$

Y, como la magnitud de la velocidad con que es lanzada es la misma que la que tiene al retornar al punto de partida, determinemos su valor inicial, considerando solo el tramo de subida.

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$v_f = v_i + at \rightarrow v_i = v_f - gt = 0 \text{ m/s} - (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 2 \text{ s} = 19,6 \text{ m/s}$$

4.- Desde una altura de 25 m se lanza una piedra en dirección vertical contra el suelo con una velocidad inicial de 3 m/s. Calcular el tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo y la velocidad con que llega a él.

Datos:

$$h = 25 \text{ m}$$

$$v_i = 3 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$

Primero determinaremos la magnitud de la velocidad con que llega al suelo.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow v_f^2 = (3 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ m} = 499 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_f = 22,34 \text{ m/s}$$

Y, el tiempo que tarda, se determina a partir de

$$v_f = v_i + gt \rightarrow$$

$$t = (v_f - v_i) / g = (22,34 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}) / 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,97 \text{ s}$$

5.- Se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 30 m/s. Calcular: a) el tiempo que está ascendiendo, b) la máxima altura que alcanza, c) el tiempo que tarda desde que es lanzada hacia arriba hasta que regresa de nuevo al punto de partida, d) los tiempos, a partir del momento de ser lanzada, que emplea en adquirir una velocidad de 25 m/s.

Datos:

$$v_i = 30 \text{ m/s}$$

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

a)

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (0 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 3,06 \text{ s}$$

b)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow h = (v_f^2 - v_i^2) / 2g = [(0 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2] / (2 \cdot -9,8 \text{ m/s}^2) = 45,92 \text{ m}$$

c) El tiempo que tarda en subir y luego bajar hasta el mismo punto desde donde fue lanzada la piedra es el doble del tiempo que tarda en subir hasta la máxima altura, por lo tanto, el tiempo que tarda en subir y bajar, es

$$t = 2 \cdot 3,06 \text{ s} = 6,12 \text{ s}$$

d) La pregunta está más pensada en determinar los instantes en que la magnitud de la velocidad es de 25 m/s. Y, hay dos instantes, cuando sube (t_1) y cuando baja (t_2).

$$t_1 = ?$$

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t_1 = (v_f - v_i) / g = (25 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 0,51 \text{ s}$$

$$t_2 = ?$$

En la bajada, podemos considerar que la velocidad será -25 m/s . Por lo tanto,

$$t_2 = (v_f - v_i) / g = (-25 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 5,61 \text{ s}$$

6.- Desde un globo se deja caer un cuerpo que tarda en llegar a la tierra 20 s. Calcular la altura del globo; a) si está en reposo en el aire, b) si está ascendiendo a una velocidad de 5 m/s.

Datos:

$$t = 20 \text{ s}$$

a) Si está en reposo, es caída libre.

$$h = gt^2/2 \rightarrow h = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (20 \text{ s})^2 / 2 = 1.960 \text{ m}$$

b) Si está ascendiendo, entonces el cuerpo lleva la misma velocidad del globo, hacia arriba, de 50 m/s. ... es mucha esta velocidad.

$$h = v_i t + gt^2/2 \rightarrow h = 50 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} + -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (20 \text{ s})^2 / 2 = -960 \text{ m}$$

Es razonable que el resultado haya dado negativo ya que se está determinando a partir de la posición del globo. Entonces, visto desde el suelo, sería una altura de 960 m

7.- Desde la cima de una torre de 80 m de altura se lanza una piedra en dirección vertical y hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcular la máxima altura alcanzada por la piedra y la velocidad con la que llegará al suelo.

Datos:

$$h = 80 \text{ m}$$

$$v_i = 30 \text{ m/s}$$

$$h \text{ máximo} = h_1 + 80 \text{ m}$$

Para calcular h_1 consideramos $v_f = 0 \text{ m/s}$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow$$

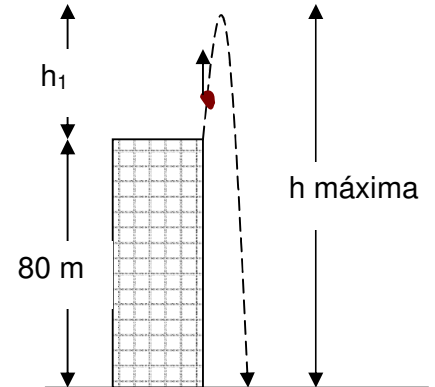
$$h_1 = (v_f^2 - v_i^2) / 2g = [(0 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2] / (2 \cdot -9,8 \text{ m/s}^2) = 45,92 \text{ m}$$

Por lo tanto, la altura máxima que alcanza la piedra, respecto al suelo, es

$$h = 45,92 \text{ m} + 80 \text{ m} = 125,92 \text{ m}$$

Considerando que la altura se mide hacia abajo, desde la cima de la torre, la velocidad con que llega al suelo, es:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow v_f^2 = (30 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot -80 \text{ m} = 2.468 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_f = 49,68 \text{ m/s}$$



8.- Un bulto colocado en un montacargas que asciende a una velocidad de 3 m/s se cae de él y tarda 2 s en llegar al fondo del hueco. Calcular: a) el tiempo que tarda en alcanzar la máxima altura, b) la altura, con respecto al fondo del hueco, desde la que se cayó el paquete y c) la altura a la que se encuentra 1/4 de segundo después de la caída.

Datos:

$$v_i = 3 \text{ m/s}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

Hay que considerar que al ir el bulto ascendiendo en el montacargas, lleva la misma velocidad – hacia arriba – que él. Entonces el tiempo de 2 es el tiempo que el bulto tarda en subir y luego en caer.

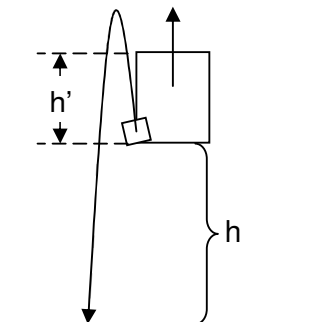
a)

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (0 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 0,306 \text{ s}$$

b)

$$h = v_i t + gt^2/2 = 3 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 / 2 = -13,6 \text{ m}$$



Por lo tanto, al momento de caer el bulto, el montacarga estaba a 13,6 m de altura.

c)

$$h' = v_i t + gt^2/2 \rightarrow h' = 3 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ s} + -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,25 \text{ s})^2 / 2 = 0,44 \text{ m}$$

Por lo tanto, respecto al fondo del hueco donde está el montacarga, la altura que tiene el bulto a los 0,25 s es

$$h = 13,6 \text{ m} + 0,44 \text{ m} = 14,04 \text{ m}$$

9.- ¿Con qué velocidad debe lanzarse verticalmente una pelota hacia arriba para que llegue a una altura de 15,2 m? ¿Cuánto tiempo estará en el aire?

Datos:

$$h = 15,2 \text{ m}$$

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow$$

$$v_i^2 = v_f^2 - 2gh = (0 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 15,2 \text{ m} = 297,92 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_i = 17,26 \text{ m/s}$$

El tiempo que tarda en subir, es:

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (0 \text{ m/s} - 17,26 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 1,76 \text{ s}$$

Por lo tanto, el tiempo que está en el aire, es

$$t = 2 \cdot 1,76 \text{ s} = 3,52 \text{ s}$$

10.- Se dispara un cohete verticalmente y sube con una aceleración vertical constante de $19,6 \text{ m/s}^2$ durante un minuto. En ese momento agota su combustible y sigue subiendo como partícula libre. a) ¿Cuál es la máxima altura que alcanza?, b) ¿Cuál es el tiempo total transcurrido desde el momento en que despegó el cohete hasta que regresa al suelo?

Datos:

$$v_i = 0 \text{ m/s}$$

$$a = 19,6 \text{ m/s}^2$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

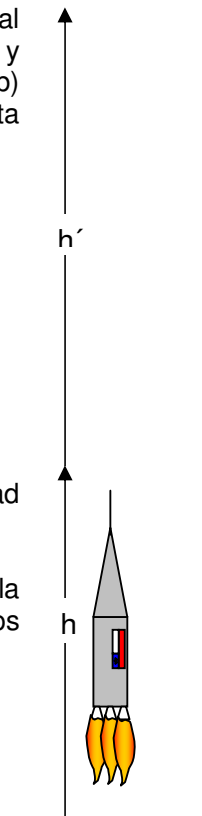
a) Hasta que se le agota el combustible sube una altura que viene dada por

$$h = v_i t + at^2/2 \rightarrow h = 0 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ s} + 19,6 \text{ m/s}^2 \cdot (60 \text{ s})^2 / 2 = 35.280 \text{ m}$$

Desde ahí sigue subiendo y empieza a disminuir su velocidad, por efecto de la gravedad que consideraremos constante, y luego caerá.

Entonces, determinamos el tramo que sigue subiendo hasta antes de detenerse en la altura máxima, pero para ello, primero necesitamos la velocidad inicial al alcanzar los 35.280 m, que será la velocidad inicial en este segundo tramo.

$$v_f = v_i + at = 0 \text{ m/s} + 19,6 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ s} = 1.176 \text{ m/s}$$



Entonces

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh' \rightarrow h' = (v_f^2 - v_i^2) / 2g = [(0 \text{ m/s})^2 - (1.176 \text{ m/s})^2] / (2 \cdot -9,8 \text{ m/s}^2) = 70.560 \text{ m}$$

Entonces, primero sube acelerando 35.280 m y luego desacelerando otros 70.560 m, por lo que la máxima altura que alcanza es 105.840 m (algo más que 105 km).

Los últimos 70.560 m los sube en un tiempo que viene dado a partir de:

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (0 \text{ m/s} - 1.176 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 120 \text{ s}$$

Por lo tanto, sube en 180 s.

Y, cae libremente, por lo tanto:

$$h = gt^2/2 \rightarrow 105.840 \text{ m} = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 / 2 \rightarrow t^2 = 21.600 \text{ m} \rightarrow t = 147 \text{ s}$$

Por lo tanto, el tiempo total que está en el aire, es: 327 s (se suman todos los tiempos calculados).

11.- Un globo va subiendo a razón de 12 m/s a una altura de 80 m sobre el suelo, en ese momento suelta un paquete. ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo?

Datos:

$$v_i = 12 \text{ m/s}$$

$$h = 80 \text{ m}$$

$$t = ?$$

Si se considera la altura vista desde el globo, sería $h = -80 \text{ m}$

Primero determinemos con qué velocidad llega al suelo.

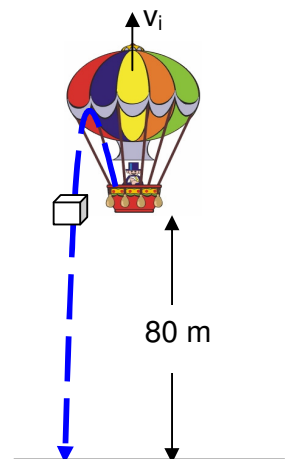
$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow$$

$$v_f^2 = (12 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot -80 \text{ m} = 1.712 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_f = -41,38 \text{ m/s}$$

El que sea negativa significa que se dirige hacia abajo.

Ahora, el tiempo que se está calculando:

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (-41,38 \text{ m/s} - 12 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 5,45 \text{ s}$$



12.- Un globo viaja verticalmente hacia arriba a una velocidad constante de 5 m/s. Cuando está a 21 m sobre el suelo se suelta un paquete desde él. a) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire el paquete?, b) ¿cuál es su velocidad exactamente antes de golpear el suelo?, c) repita a) y b) si el globo está descendiendo a razón de 5 m/s.

Datos:

$$v_i = 5 \text{ m/s}$$

$$h = 21 \text{ m}$$

Este problema es similar al anterior.

a) y b)

$$v_f = ?$$

$$t = ?$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow v_f^2 = (5 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot -21 \text{ m} = 436,6 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_f = -20,9 \text{ m/s}$$

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (-20,9 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}) / -9,8 \text{ m/s}^2 = 2,64 \text{ s}$$

c) y d)

Ahora, se considerará $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ y todos los valores positivos, dado que el movimiento es en un solo sentido.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \rightarrow v_f^2 = (5 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 21 \text{ m} = 436,6 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_f = 20,9 \text{ m/s}$$

$$v_f = v_i + gt \rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (20,9 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}) / 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,62 \text{ s}$$