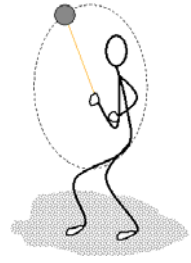


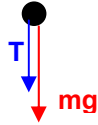
FUERZA CENTRAL (soluciones)

1.- Un cuerpo de peso mg gira en una circunferencia vertical de radio R atado a un cordel. Calcular la tensión del cordel en el punto más alto y en el más bajo. Calcule la "velocidad crítica" (velocidad mínima para que el cuerpo, estando en la parte más alta de la circunferencia... no caiga).



Respuesta:

En el punto más alto, se tiene la siguiente situación vectorial, con las fuerzas que actúan sobre m .



En la parte más alta, entonces, se tiene que la suma de las fuerzas que actúan sobre m es equivalente a la fuerza centrípeta, entonces:

$F_C = mg + T$, de donde se tiene que $T = F_C - mg$, y si consideramos que $F_C = mv^2/R$, entonces se tiene $T = mv^2/R - mg$

Y, en la parte más baja de la circunferencia que recorre el cuerpo, se tiene la siguiente situación vectorial, con las fuerzas sobre m .



Entonces, la fuerza centrípeta, sería: $F_C = T - mg$, por lo tanto, $T = F_C + mg$.

Y, en relación a la velocidad crítica, en la parte más alta de la circunferencia se obtiene cuando $T = 0$ N, por lo tanto se tendrá:

$$F_C = mg$$
$$mv^2/R = mg \rightarrow v^2 = Rg \rightarrow v = \sqrt{Rg}$$

2.- Calcular la rapidez con que gira un satélite para mantenerse en una órbita circular a 630 km de la superficie terrestre. Considere radio de la tierra 6.370 km.

Datos:

$$R = 7.000 \text{ km} = 7 \times 10^6 \text{ m}$$

Suponiendo que está en un punto fijo sobre la superficie de la Tierra, entonces

$$T = 1 \text{ día} = 86.400 \text{ s}$$

$$v = ?$$

$$v = 2\pi R/T = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 \times 10^6 \text{ m} / 86.400 \text{ s} = 508,8 \text{ m/s}$$

Y, si nos pidieran la fuerza centrípeta que actúa sobre el satélite, considerando que tenga una masa de 1.000 kg, ella sería:

$$F_C = mv^2/R = 1.000 \text{ kg} \cdot (508,8 \text{ m/s})^2 / 7 \times 10^6 \text{ m} = 37 \text{ N}$$

3.- Un auto de 800 kg gira una curva de 1 km de radio a 180 km/hr. ¿Cuál es la aceleración y la fuerza centrípeta que actúa sobre él?

Datos:

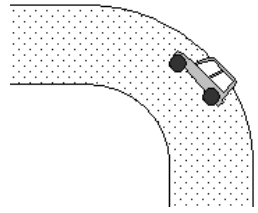
$$m = 800 \text{ kg}$$

$$R = 1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$$

$$v = 180 \text{ km/h} = 50 \text{ m/s}$$

$$a_c = v^2/R = (50 \text{ m/s})^2 / 1.000 \text{ m} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$F_c = ma_c = 800 \text{ kg} \cdot 2,5 \text{ m/s}^2 = 2.000 \text{ N}$$



4.- Un perno está situado a 10 cm del eje del volante de una máquina que gira a 2.400 rpm. ¿Qué aceleración centrípeta tiene el perno?

Datos:

$$R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\omega = 2.400 \text{ rpm} = 251,2 \text{ s}^{-1}$$

$$a_c = \omega^2 R = (251,2 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 0,1 \text{ m} = 6.310 \text{ m/s}^2$$

5.- Un cuerpo de 200 g gira en un plano horizontal unido a un cable de 40 cm de largo a 2.400 rpm. ¿Qué tensión soporta el cable?

Datos:

$$m = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$$

$$R = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$

$$\omega = 2.400 \text{ rpm} = 251,2 \text{ s}^{-1}$$

Cuando el cuerpo gira hay una tensión T en el cable, por lo tanto, siendo esa única fuerza la que contribuye con el movimiento circular, se tiene que es equivalente a la fuerza centrípeta que afecta al cuerpo:

$$T = F_c = ma_c = m\omega^2 R = 0,2 \text{ kg} \cdot (251,2 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 0,4 \text{ m} = 5.048 \text{ N}$$

6.- Un cuerpo de 100 g gira horizontalmente en una circunferencia de 25 m de radio. Si el período es 0,25 s. ¿Cuál es la frecuencia, en rpm?, ¿cuál es la fuerza que actúa sobre el cuerpo?

Datos:

$$m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

$$R = 25 \text{ m}$$

$$T = 0,25 \text{ s}$$

$f = 1/T = 1/0,25 \text{ s} = 4 \text{ s}^{-1} = 240 \text{ rpm}$ (considere que si en 1 s realiza 4 giros, en un minuto realizará 240 giros, es decir 240 revoluciones en un minuto).

$$F_c = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R = 4\pi^2 mR/T^2 \quad (\text{con } v = 2\pi R/T)$$

$$F_c = 4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,1 \text{ kg} \cdot 25 \text{ m} / (0,25 \text{ s})^2 = 1577,5 \text{ N}$$

7.- Una partícula de masa m gira en una "ultracentrífuga" a 30.000 rpm, a 10 cm del eje. Compare su aceleración con la de la gravedad.

Datos:

$$\omega = 30.000 \text{ rpm} = 3.140 \text{ s}^{-1}$$

$$R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Para comparar a_c con g , debemos hallar a_c/g

$$a_c = \omega^2 R = (3.140 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 0,1 \text{ m} = 985.960 \text{ m/s}^2$$

Entonces:

$$a_c/g = 985.960 \text{ m/s}^2 / 9,8 \text{ m/s}^2 = 100.608 \approx 10^5$$

Y, se tiene que $a_c = 10^5 g$

8.- Un avión en picada sale de ella a 1.080 km/h describiendo un arco de 4 km de radio. Si la masa del piloto es 80 kg, compare la fuerza que actúa sobre él, en este caso, con su propio peso.

Datos:

$$v = 1080 \text{ km/h} = 300 \text{ m/s}$$

$$R = 4 \text{ km} = 4.000 \text{ m}$$

$$m = 80 \text{ kg}$$

La fuerza que actúa sobre el piloto es la fuerza centrípeta, es decir:

$$F_c = mv^2/R = 80 \text{ kg} \cdot (300 \text{ m/s})^2 / 4.000 \text{ m} = 1.800 \text{ N}$$

Y, al compararla con su peso, se tiene:

$$F_c/mg = 1.800 \text{ N} / (80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 2,3$$

Es decir, la fuerza centrípeta que le afecta, es 2,3 veces superior a su peso.

Y, si hacemos la comparación de la fuerza normal que le afecta, la que el asiento le ejerce, se tendrá:

Cuando el avión sale de la "picada", está en la parte más baja de la circunferencia que realiza, y ahí hay dos fuerzas que actúan sobre el piloto: su propio peso mg , y la normal que el asiento ejerce sobre él. Por lo tanto:

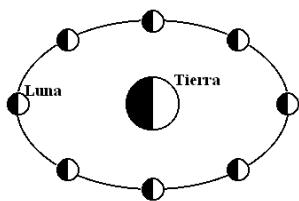
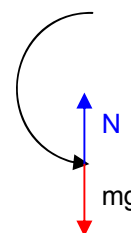
$$F_c = N - mg, \text{ luego } N = F_c + mg = mv^2/R + mg$$

$$N = 80 \text{ kg} \cdot (300 \text{ m/s})^2 / 4.000 \text{ m} + 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 2.584 \text{ N}$$

Y, si se compara esa fuerza que actúa sobre el piloto con su peso, se tiene:

$$N/mg = 2.584 \text{ N} / (80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 3,3$$

Es decir, el asiento le ejerce una fuerza, hacia arriba, equivalente a 3,3 veces su peso.



9.- La trayectoria de la Luna en torno a la Tierra es casi una circunferencia de aproximadamente 384.000 km de radio, demorando 27,3 días en recorrerla. Determine la fuerza que mantiene a la Luna en su órbita alrededor de la Tierra. Masa lunar = 1/81 de la masa terrestre ($5,98 \times 10^{24}$ kg).

Datos:

$$R = 384.000 \text{ km} = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$$

$$T = 27,3 \text{ días} = 2,359 \times 10^6 \text{ s}$$

$$m_L = 1/81 m_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg} / 81 = 7,38 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

En este caso, la fuerza centrípeta F_c es equivalente a la fuerza gravitacional entre la Tierra y la Luna, entonces:

$$F_c = F_G = Gm_T m_L / R^2$$

$$F_c = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,98 \times 10^{24} \text{ kg} \cdot 7,38 \times 10^{22} \text{ kg} / (3,84 \times 10^8 \text{ m})^2 = 1,997 \times 10^{20} \text{ N}$$

10.- En un átomo de hidrógeno el electrón en órbita alrededor del protón experimenta una fuerza atractiva de aproximadamente $8,2 \times 10^{-8}$ N. Si el radio de la órbita es $5,3 \times 10^{-11}$ m, ¿cuál es la frecuencia en revoluciones por segundo?

Datos:

$$F = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$R = 5,3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Esa fuerza es de carácter eléctrica, por lo tanto, hay que considerar las cargas eléctricas del electrón y del protón:

$$q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Esa fuerza es $F_E = kq_e q_p / R^2$, con $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Y, como esa fuerza es equivalente a la fuerza centrípeta que afecta al electrón, hay que tener en cuenta la masa del electrón:

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Para hallar la frecuencia del electrón en su órbita alrededor del protón, se debe encontrar la velocidad lineal, que se relaciona con la frecuencia f a través de: $v = 2\pi Rf$.

Entonces, al hacer $F_c = F_E$, se tiene

$$m_e v^2 / R = kq_e q_p / R^2, \text{ de donde:}$$

$$v = \sqrt{\frac{kq_e q_p}{m_e R}} = \sqrt{\frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2 \cdot 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}}{9,1 \times 10^{-31} \cdot 5,3 \times 10^{-11} \text{ m}}} = 2,185 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Se consideró la carga del electrón como positiva, ya que hay que considerar solo su magnitud.

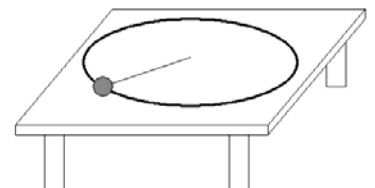
Por lo tanto, de $v = 2\pi Rf$, se tiene:

$$f = v / 2\pi R = 2,185 \times 10^6 \text{ m/s} / (2 \cdot 3,14 \cdot 5,3 \times 10^{-11} \text{ m}) = 6,57 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Y, como cada revolución equivale a 2π , se divide la expresión anterior por esa cantidad, y se tiene:

$$f = 1,046 \times 10^{15} \text{ rps}$$

11.- Una masa de 3 kg unida a una cuerda ligera gira sobre una mesa sin fricción horizontal. El radio del círculo es 0,8 m y la cuerda puede soportar una masa de 25 kg antes de romperse. ¿Qué intervalo de velocidades puede tener la masa antes de que se rompa la cuerda?



Datos:

$$m = 3 \text{ kg}$$

$$R = 0,8 \text{ m}$$

$$m' = 25 \text{ kg}$$

De acuerdo a la información dada, la cuerda soporta una tensión máxima equivalente al peso de una masa de 25 kg, por lo tanto:

$$T = m'g = 25 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 245 \text{ N}$$

Entonces, la velocidad mínima que puede tener la masa al girar, será superior a 0 m/s, y la máxima se determina a partir de igualar:

$$F_c = T \rightarrow mv^2/R = T, \text{ de donde: } v = \sqrt{\frac{RT}{m}}$$

Entonces:

$$v = \sqrt{\frac{0,8\text{m} \cdot 245\text{N}}{3\text{kg}}} = 8,08 \text{ m/s}$$

Es decir, la velocidad no puede superar los 8,08 m/s

12.- Un satélite de 300 kg de masa se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra a una altitud igual al radio medio de la Tierra (6.370 km). Encuentre: a) la velocidad orbital del satélite, b) el periodo de su revolución, y c) la fuerza gravitacional que actúa sobre él.

Datos:

$$m = 300 \text{ kg}$$

$$R = 12.740 \text{ km} = 1,274 \times 10^7 \text{ m} \quad (\text{si está a una altitud equivalente al radio de la Tierra, a esa altura hay que sumarle el propio radio de la Tierra})$$

Además, como la fuerza que permite que el satélite gire de la forma que lo hace, es la fuerza gravitacional entre la Tierra y el satélite, hay que tomar en cuenta la masa de la Tierra y la constante de gravitación universal.

$$m_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

Entonces, se tiene:

$$c) \quad F_G = Gm_T m_S / R^2$$

$$F_G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,98 \times 10^{24} \text{ kg} \cdot 300 \text{ kg} / (1,274 \times 10^7 \text{ m})^2 = 737,24 \text{ N}$$

a) La velocidad del satélite la podemos obtener luego de igualar la fuerza centrípeta con la fuerza gravitacional:

$$F_c = F_G \rightarrow mv^2/R = F_G \rightarrow v = \sqrt{\frac{F_G R}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{737,24 \text{ N} \cdot 1,274 \times 10^7 \text{ m}}{300 \text{ kg}}} = 5.595 \text{ m/s}$$

b) Y, el período lo obtenemos de la igualdad $v = 2\pi R/T$, es decir: $T = 2\pi R/v$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,274 \times 10^7 \text{ m} / 5.595 \text{ m/s} = 300.275 \text{ s}$$



13.- Mientras dos astronautas estaban en la superficie de la Luna, un tercer astronauta la orbitaba. Suponga que la órbita es circular y se encuentra 100 km sobre la superficie de la Luna. Si la masa y el radio de la Luna son $7,4 \times 10^{22} \text{ kg}$ y $1,7 \times 10^6 \text{ m}$, respectivamente, determine: a) la aceleración del astronauta en órbita, b) su velocidad orbital, y c) el periodo de la órbita.

Datos:

$$R_L = 1,7 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

$$R = 1,8 \times 10^6 \text{ m} \quad (\text{aquí se considera el radio de la Luna más la altura de la órbita})$$

$$m_L = 7,4 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

Si la masa del astronauta es m , él está sometido a una fuerza gravitacional que equivale a la fuerza centrípeta, entonces, se tiene:

$$F_c = F_G \rightarrow ma_c = F_g \rightarrow ma_c = Gm_L m / R^2 \rightarrow a_c = Gm_L / R^2$$

$$a_c = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 7,4 \times 10^{22} \text{ kg} / (1,8 \times 10^6 \text{ m})^2 = 1,52 \text{ m/s}^2$$

$$\text{De } a_c = v^2/R \text{ se tiene } v = \sqrt{a_c R}$$

$$v = \sqrt{1,52 \text{ m/s}^2 \cdot 1,8 \times 10^6 \text{ m}} = 1.656 \text{ m/s}$$

$$\text{De } v = 2\pi R/T, \text{ se tiene } T = 2\pi R/v$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,8 \times 10^6 \text{ m} / 1.656 \text{ m/s} = 6.826 \text{ s}$$

14.- Una cuerda bajo una tensión de 50 N se usa para hacer girar una roca en un círculo horizontal de 2,5 m de radio a una velocidad de 20,4 m/s. La cuerda se jala hacia adentro y la velocidad de la roca aumenta. Cuando la cuerda tiene 1 m de longitud y la velocidad de la roca es de 51 m/s, la cuerda se rompe. ¿Cuál es la resistencia a la ruptura de la cuerda?

Datos:

$$T = 50 \text{ N}$$

$$R = 2,5 \text{ m}$$

$$v = 20,4 \text{ m/s}$$

$$R' = 1 \text{ m}$$

$$v' = 51 \text{ m/s}$$

Con los primeros datos se determina la masa de la roca:

$$F_c = T \rightarrow mv^2/R = T \rightarrow m = TR/v^2$$

$$m = 50 \text{ N} \cdot 2,5 \text{ m} / (20,4 \text{ m/s})^2 = 0,3 \text{ kg}$$

Entonces, la tensión de ruptura será: $T' = mv'^2/R'$

$$T' = 0,3 \text{ kg} \cdot (51 \text{ m/s})^2 / 1 \text{ m} = 781,25 \text{ N}$$

15.- El piloto de un avión ejecuta una pirueta de giro completo a velocidad constante en un plano vertical. La velocidad del avión es de 300 mi/h y el radio del círculo es de 1.200 pies. A) ¿Cuál es el peso aparente del piloto en el punto más bajo si su masa real es de 160 lb?, b) ¿Cuál es su peso aparente en el punto más alto?, c) Describa cómo podría experimentar falta de peso el piloto si se variara tanto el radio como la velocidad. (su peso aparente es igual a la fuerza que el asiento ejerce sobre su cuerpo)

Datos:

$$v = 300 \text{ mi/h} = 134,1 \text{ m/s} \quad (1 \text{ milla} = 1.609 \text{ m})$$

$$R = 1.200 \text{ pies} = 366 \text{ m} \quad (1 \text{ pie} = 0,305 \text{ m})$$

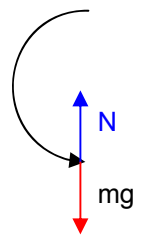
$$m = 160 \text{ lb} = 73,76 \text{ kg} \quad (1 \text{ lb} = 0,461 \text{ kg})$$

a) En la parte más baja, el peso aparente corresponde a la fuerza normal que actúa sobre él. Es decir:

$$F_c = N - mg \rightarrow N = F_c + mg$$

$$N = mv^2/R + mg = 73,76 \text{ kg} \cdot (134,1 \text{ m/s})^2 / 366 \text{ m} + 73,76 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 4.347 \text{ N}$$

Esa fuerza equivale al peso de una masa de 962 lb.

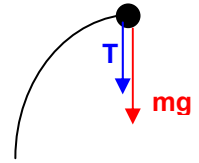


b) En la parte más alta, el peso aparente también corresponde a la fuerza normal que actúa sobre el piloto (es la que el asiento le ejerce).

$$F_c = N + mg \rightarrow N = F_c - mg$$

$$N = mv^2/R - mg = 73,76 \text{ kg} \cdot (134,1 \text{ m/s})^2 / 366 \text{ m} - 73,76 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 2.901 \text{ N}$$

Esta fuerza equivale al peso de una masa de 642 lb.



c) Para que el piloto experimente una carencia de peso, entonces la normal debe ser nula. En la parte más baja eso no puede lograrse, pero sí en la parte más alta, y para ello puede considerarse:

i) variación del radio de giro. Entonces, debería cumplirse que:

$$F_c = mg \rightarrow mv^2/R = mg \rightarrow R = v^2/g$$

Por lo tanto, el radio del círculo que debería describir el piloto sería:

$$R = (134,1 \text{ m/s})^2 / 9,8 \text{ m/s}^2 = 1.835 \text{ m}$$

ii) variación de la velocidad. Entonces, debería cumplirse que:

$$F_c = mg \rightarrow mv^2/R = mg \rightarrow v = \sqrt{Rg}$$

Por lo tanto, la velocidad con que debería moverse el avión, sería:

$$v = \sqrt{366 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 59,89 \text{ m/s}$$

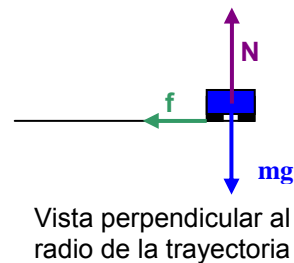
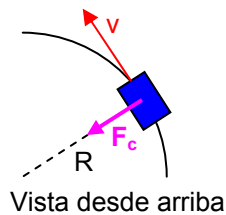
16.- ¿Cuál es la velocidad máxima a que puede viajar un automóvil al girar en una curva horizontal de 130 m de radio cuando el coeficiente entre las ruedas y el pavimento es 0,91?

Datos:

$$R = 130 \text{ m}$$

$$\mu = 0,91$$

Al estar en movimiento circular, hay una fuerza centrípeta que se dirige hacia el centro de la circunferencia que tiene como trayectoria, como se muestra en figura "vista desde arriba".



Al mismo tiempo, se observa en la otra figura, que hay una fuerza de fricción, f , que impide que el automóvil se salga de la pista circular. Por lo tanto, se tiene:

$$F_c = f \rightarrow mv^2/R = \mu N = \mu mg \rightarrow v = \sqrt{\mu Rg} \quad (\text{se considera } N = mg \text{ ya que el automóvil no tiene movimiento en la dirección vertical})$$

$$v = \sqrt{0,91 \cdot 130 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 34 \text{ m/s}$$

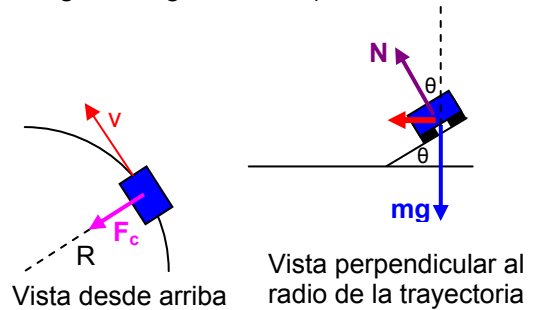
17.- Imaginar que se tiene que diseñar un tramo de una autopista donde hace una curva de radio 310 m. Si se desea que ahí los automóviles viajen a una velocidad de 25 m/s. ¿Qué ángulo debe tener el peralte? (se requiere algo de trigonometría)

Datos:

$$R = 310 \text{ m}$$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

Para que sea la inclinación de la calle la que impida que un automóvil se despiste, entonces la componente de la fuerza normal que se dirige hacia el centro de la trayectoria circular debe ser equivalente a la fuerza centrípeta que actúa sobre el automóvil. Es decir:



$$F_c = N \sin \theta, \text{ y como } N \cos \theta = mg, \text{ se tendrá: } N = mg / \cos \theta, \text{ entonces: } F_c = mg \sin \theta / \cos \theta$$

Y, como $\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$, se tiene que:

$$F_c = mg \tan \theta \rightarrow mv^2/R = mg \tan \theta, \text{ de donde: } \tan \theta = v^2/Rg$$

$$\tan \theta = (25 \text{ m/s})^2 / (310 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 0,2057 \quad \text{Y, al calcular el arcotangente, se tiene:}$$

$$\theta = \arctg 0,2057 = 11,625^\circ$$

18.- Cuando Newton usó un péndulo cónico para determinar el valor de g, estableció su valor diciendo que un objeto soltado desde el reposo caería 200 pulgadas en 1 s. A partir de esta afirmación, determinar el tanto por ciento de error en este valor de g, respecto al valor real. (Averigüe la equivalencia entre pulgada y metro)



Datos:

$$h = 200 \text{ pulgadas} = 5,08 \text{ m} \quad (1 \text{ pulgada} = 0,0254 \text{ m})$$

$$t = 1 \text{ s}$$

Con estos valores, y utilizando la expresión $h = gt^2/2$ para la caída libre de un objeto, se tiene que g' sería $g' = 2h/t^2$

$$g' = 2 \cdot 5,08 \text{ m} / (1 \text{ s})^2 = 10,16 \text{ m/s}^2$$

El valor real de g, considerando el peso de un objeto de masa m puesto en la superficie de la Tierra, de radio $6.370 \text{ km} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$, que es mg, se tiene que ese peso es igual a la fuerza gravitacional de la Tierra sobre el objeto. Por lo tanto:

$$mg = Gm_T m / R^2, \text{ por lo tanto: } g = Gm_T / R^2$$

$$g = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,98 \times 10^{24} \text{ kg} / (6,37 \times 10^6 \text{ m})^2 = 9,83 \text{ m/s}^2$$

Entonces, si $9,83 \text{ m/s}^2$ es el 100%, la diferencia entre los dos valores de g, que es $0,33 \text{ m/s}^2$, será x %, es decir:

$$x = 0,33 \text{ m/s}^2 \cdot 100 / 9,83 \text{ m/s}^2 = 3,357 \%$$

19.- Cuando un aeroplano se inclina adecuadamente para describir un giro durante el vuelo con velocidad constante, la fuerza ejercida por el aire sobre el aeroplano es directamente perpendicular al plano que contiene las alas el aeroplano y su fuselaje. Un aeroplano que viaja con una velocidad cuyo módulo es 75 m/s, se inclina 28° para girar adecuadamente. ¿Cuál es el radio de curvatura de este giro? (se requiere algo de trigonometría)

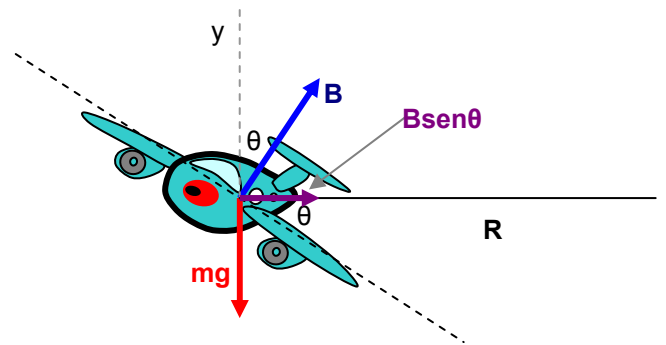
Datos:

$$v = 75 \text{ m/s}$$

$$\theta = 28^\circ$$

En la figura se observa lo siguiente:

En el eje vertical, y, se tiene que el peso del avión, mg , se equilibra con la componente vertical de la fuerza de empuje, B , por lo tanto:



$$B \cos \theta = mg, \text{ de donde se tiene que } B = mg / \cos \theta \quad (1)$$

Por otro lado, la fuerza que apunta hacia el centro de la trayectoria circular, es la componente horizontal de la misma fuerza de empuje, es decir: $B \sin \theta$.

Y, como esa es la única fuerza que se dirige hacia el centro de la trayectoria, entonces corresponde a la fuerza centrípeta, y se tiene:

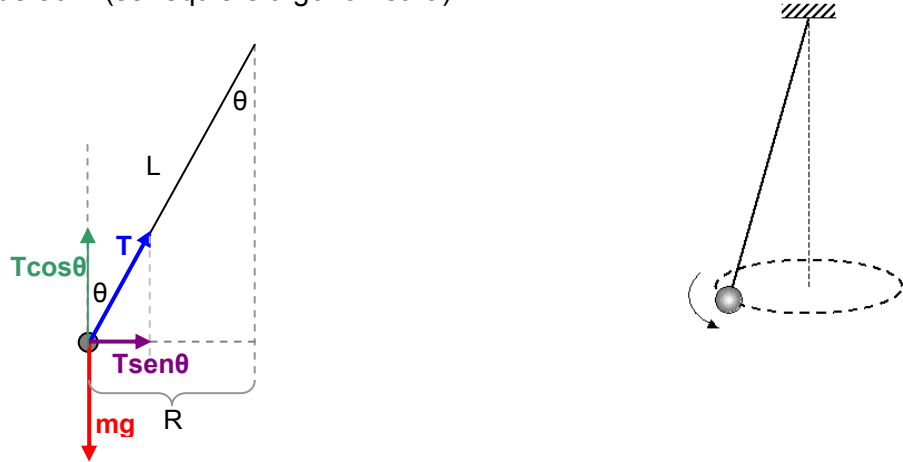
$$F_c = B \sin \theta \rightarrow \text{al reemplazar } B \text{ por (1)} \rightarrow F_c = mg \sin \theta / \cos \theta, \text{ que es equivalente a:}$$

$$F_c = m g \tan \theta \rightarrow mv^2/R = m g \tan \theta \rightarrow R = v^2 / g \tan \theta$$

$$\text{Entonces } R = \frac{(75 \text{ m/s})^2}{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \tan 28^\circ} = \frac{5.625 \text{ m}^2/\text{s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,532} = 1.079 \text{ m}$$

20.- ¿Cuál es el periodo de un péndulo cónico de longitud 1 m, cuya cuerda forma con la vertical un ángulo de 30° ? (se requiere trigonometría)

Datos:
 $L = 1 \text{ m}$
 $\theta = 30^\circ$



La figura nos muestra las fuerzas, y su descomposición, que actúan sobre la esfera del péndulo cónico. Como se ha indicado en ejercicios anteriores, se observa que la única fuerza que actúa hacia el centro de la trayectoria es la fuerza $T \text{sen}\theta$, por lo tanto, esa fuerza es equivalente a la fuerza centrípeta:

$F_c = T \text{sen}\theta$, y como en el eje vertical no hay movimiento, se tiene que el peso, mg , es equivalente a la componente vertical de la tensión: $T \text{cos}\theta = mg$, de donde, $T = mg/\text{cos}\theta$

Por lo tanto, se tiene:

$$F_c = mg \text{sen}\theta / \text{cos}\theta = mg \text{tg}\theta \rightarrow mv^2/R = mg \text{tg}\theta$$

Para calcular el periodo del péndulo necesitamos la velocidad, despejando de la ecuación anterior:

$$v = \sqrt{R \text{tg}\theta}$$

Hay que considerar que el radio de giro es $R = L \text{sen}\theta$, por lo tanto:

$$v = \sqrt{g L \text{sen}\theta \text{tg}\theta}$$

$$v = \sqrt{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot \text{sen}30^\circ \cdot \text{tg}30^\circ} = \sqrt{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,5 \cdot 0,577} = 1,682 \text{ m/s}$$

Y, como $v = 2\pi R/T$, se tiene: $T = 2\pi R/v = 2\pi L \text{sen}\theta/v$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ m} \cdot \text{sen}30^\circ / 1,682 \text{ m/s} = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,5 / 1,682 \text{ m/s} = 1,867 \text{ s}$$