

Guía ejercicios: la circunferencia

Los siguientes ejercicios corresponden al libro "Geometría analítica" de Lehman

1. Escribir la ecuación de la circunferencia de centro $C(-3, -5)$ y radio 7.
 2. Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos $A(2, 3)$ y $B(-4, 5)$. Hallar la ecuación de la curva.
 3. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $C(7, -6)$ y que pasa por el punto $A(2, 2)$.
 4. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $C(2, -4)$ y que es tangente al eje Y .
 5. Una circunferencia tiene su centro en el punto $C(0, -2)$ y es tangente a la recta $5x - 12y + 2 = 0$. Hallar su ecuación.
 6. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $(-4, -1)$ y que es tangente a la recta $3x + 2y - 12 = 0$.
 7. La ecuación de una circunferencia es $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 36$. Demostrar que el punto $A(2, -5)$ es interior a la circunferencia y que el punto $B(-4, 1)$ es exterior.
 8. Hallar la ecuación de la circunferencia de radio 5 y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $3x - 2y - 24 = 0$, $2x + 7y + 9 = 0$.
 9. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $A(7, -5)$ y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $7x - 9y - 10 = 0$ y $2x - 5y + 2 = 0$.
 10. Una cuerda de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ está sobre la recta cuya ecuación es $x - 7y + 25 = 0$. Hállese la longitud de la cuerda.
 11. Hallar la ecuación de la mediatriz de la cuerda del ejercicio 10, y demostrar que pasa por el centro de la circunferencia.
- Los ejercicios 12-16 se refieren al triángulo cuyos vértices son $A(-1, 0)$, $B(2, \frac{3}{4})$ y $C(5, 0)$.
12. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el vértice A y que es tangente al lado BC .
 13. Hallar la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo.
 14. Hallar la ecuación de la circunferencia inscrita al triángulo.
 15. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos medios de los lados del triángulo.
 16. Demostrar que la circunferencia del ejercicio 15 pasa por los pies de las alturas del triángulo.
 17. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje X y que pasa por los dos puntos $A(1, 3)$ y $B(4, 6)$.
 18. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje Y y que pasa por los puntos $A(2, 2)$ y $B(6, -4)$.
 19. Una circunferencia pasa por los puntos $A(-3, 3)$ y $B(1, 4)$ y su centro está sobre la recta $3x - 2y - 23 = 0$. Hállese su ecuación.
 20. Las ecuaciones de los lados de un triángulo son $9x + 2y + 13 = 0$, $3x + 8y - 47 = 0$ y $x - y - 1 = 0$. Hallar la ecuación de la circunferencia circunscrita.
 21. La ecuación de una circunferencia es $x^2 + y^2 = 50$. El punto medio de una cuerda de esta circunferencia es el punto $(-2, 4)$. Hallar la ecuación de la cuerda.
 22. La ecuación de una circunferencia es $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 20$. Hallar la ecuación de la tangente a este círculo en el punto $(6, 7)$.
 23. La ecuación de una circunferencia es $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$. Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia que pasa por el punto $(3, 3)$. (Dos soluciones.)

24. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $A(7, -5)$ y es tangente a la recta $x - y - 4 = 0$ en el punto $B(3, -1)$.

25. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta $6x + 7y - 16 = 0$ y es tangente a cada una de las rectas $8x + 15y + 7 = 0$ y $3x - 4y - 18 = 0$. (Dos soluciones.)

Respuestas:

1. $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 49$.
2. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 10$.
3. $(x - 7)^2 + (y + 6)^2 = 89$.
4. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$.
5. $x^2 + (y + 2)^2 = 4$.
6. $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 52$.
8. $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$.
9. $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 58$.
10. 7,07.
12. $(x + 1)^2 + y^2 = \frac{324}{25}$.
13. $(x - 2)^2 + \left(y + \frac{7}{8}\right)^2 = \frac{625}{64}$.
14. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$.
25. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 1$, $(x - 3)^2 + \left(y + \frac{2}{7}\right)^2 = \frac{121}{49}$.
15. $(x - 2)^2 + \left(y - \frac{25}{16}\right)^2 = \frac{625}{256}$.
17. $(x - 7)^2 + y^2 = 45$.
18. $x^2 + \left(y + \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{325}{9}$.
19. $(x - 2)^2 + \left(y + \frac{17}{2}\right)^2 = \frac{629}{4}$.
20. $\left(x - \frac{1}{22}\right)^2 + \left(y - \frac{65}{22}\right)^2 = \frac{6205}{242}$.
21. $x - 2y + 10 = 0$.
22. $x + 2y - 20 = 0$.
23. $x + 2y - 9 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$.
24. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 8$.

Si las siguientes ecuaciones representan una circunferencia, hallar las coordenadas de sus respectivos centros y sus radios.

1. $2x^2 + 2y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$.
2. $4x^2 + 4y^2 + 28x - 8y + 53 = 0$.
3. $16x^2 + 16y^2 - 64x + 8y + 177 = 0$.

En los siguientes ejercicios siga las indicaciones que se dan.

4. Hallar el área del círculo cuya ecuación es

$$9x^2 + 9y^2 + 72x - 12y + 103 = 0.$$

5. Hallar la longitud de la circunferencia cuya ecuación es

$$25x^2 + 25y^2 + 30x - 20y - 62 = 0.$$

6. Demostrar que las circunferencias $4x^2 + 4y^2 - 16x + 12y + 13 = 0$ y $12x^2 + 12y^2 - 48x + 36y + 55 = 0$ son concéntricas.

7. Demostrar que las circunferencias $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 23 = 0$ y $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$ son tangentes.

8. Demostrar, por dos métodos, que las circunferencias

$$x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0 \text{ y } 4x^2 + 4y^2 - 40x + 8y + 79 = 0$$

no se cortan.

Respuestas, del 1 al 5.

1. Centro $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$; radio $= \sqrt{5}$.
2. Punto $(-\frac{7}{2}, 1)$.
3. Ningún lugar geométrico.
4. 5π .
5. $2\sqrt{3}\pi$.

Además, se le sugiere que descargue el libro completo de Geometría Analítica, de Lehmann y una gran colección de problemas de Geometría analítica, de Kletenic. Vaya a la sección libros de esta misma página.