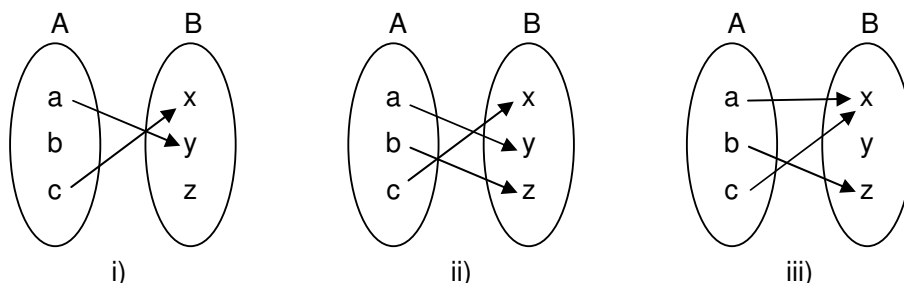


Funciones – ejercicios

1.- Determine, en cada diagrama, si se define o no una función de $A = \{a, b, c\}$ en $B = \{x, y, z\}$. Justifique en cada caso.



Resp. i) no, ii) no, iii) si.

2.- Sea $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Determinar si cada una de las siguientes relaciones define o no una función de X en X .

- i) $f = \{(2, 3), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (4, 4)\}$
- ii) $g = \{(3, 1), (4, 2), (1, 1)\}$
- iii) $h = \{(2, 1), (3, 4), (1, 4), (2, 1), (4, 4)\}$

Resp. i) no, ii) no, iii) si.

3.- Considérense las siguientes funciones definidas de $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ en X :

$$f = \{(1, 3), (2, 5), (3, 3), (4, 1), (5, 2)\}$$

$$g = \{(1, 4), (2, 1), (3, 1), (4, 2), (5, 3)\}$$

- i) Determinar los codominios de f y de g .
- ii) Hallar las funciones compuestas $g \circ f$ y $f \circ g$.

Resp. (parciales): i) $\text{cod } f = \{3, 5, 1, 2\}$, ii) $g \circ f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 1), (4, 4), (5, 1)\}$

4.- Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = 2x + 1$ y $g(x) = x^2 - 2$. Hallar las fórmulas que definen las funciones compuestas $g \circ f$ y $f \circ g$.

Resp. (parcial): $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 3$

5.- Sea $A = [-1, 1]$ y sean las funciones $f : A \rightarrow A$, $g : A \rightarrow A$ y $h : A \rightarrow A$, definidas por $f(x) = \sin(x)$, $g(x) = \sin(\pi x)$ y $h(x) = \sin\left(\frac{\pi}{z}x\right)$. Determinar si cada una de las

funciones dadas es o no: i) inyectiva, ii) sobreyectiva, iii) biyectiva.

Sugerencia. Use calculadora, construya gráficas para cada una de las funciones.

Resp. a) f es inyectiva, no es sobre, no es biyectiva, b) g no es inyectiva, es sobre, no es biyectiva, c) h es inyectiva, sobre y biyectiva.

6.- Sea la función $f(x) = x^2$ definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} . Hallar:

i) $f^{-1}(25)$, ii) $f^{-1}(-9)$, iii) $f^{-1}[\{x: x \leq 0\}]$ (es decir, hallar $f^{-1}(x)$ para diferentes valores de x con x menor o igual a 0), iv) $f^{-1}[\{x: 4 \leq x \leq 25\}]$

Resp. i) $f^{-1}(25) = [5, -5]$, ii) $f^{-1}(-9) = \emptyset$ (vacío), iii) $f^{-1}[\{x: x \leq 0\}] = [0]$, iv) $f^{-1}[\{x: 4 \leq x \leq 25\}] = \{2, 5\} \cup [-5, -2]$

7.- Sea $X = \{a, b, c\}$ y sean f y g en $F(X, \mathbb{R})$ definidas como
 $f = \{(a, 1), (b, -2), (c, 3)\}$, $g = \{(a, -2), (b, 0), (c, 1)\}$
 Hallar: i) $f + 2g$, ii) $fg - 2f$, iii) $f + 4$, iv) $|f|$, v) f^2

Resp. (parciales): i) $\{(a, -3), (b, -2), (c, 5)\}$, iii) $\{(a, 5), (b, 2), (c, 7)\}$, v) $\{(a, 1), (b, 4), (c, 9)\}$

8.- Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2x - 5$ si $x > 2$, $f(x) = x^2 - 2|x|$ si $x \leq 2$, y $g(x) = 3x + 1$. Hallar: i) $f(-2)$, ii) $g(-3)$, iii) $f(4)$, iv) $(g \circ f)(1)$, v) $(f \circ g)(2)$, vi) $f \circ f(3)$.

Resp. parciales: i) 0, iii) 3, v) 9

9.- Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + 3x + 1$, $g(x) = 2x - 3$. Encontrar las fórmulas que definen las funciones compuestas i) $f \circ g$, ii) $g \circ f$, iii) $f \circ f$.

Resp. i) $4x^2 - 6x + 1$, ii) $2x^2 + 6x - 1$, iii) $x^4 + 6x^3 + 14x^2 + 15x + 5$

10.- Sea $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$. Demostrar que f es biyectiva.

11.- Hallar $f \circ g$ y $g \circ f$ para las funciones f y g definidas de \mathbb{R} en \mathbb{R} siguientes:

i) $f(x) = 4x$, $g(x) = \frac{x}{4}$, ii) $f(x) = 3x + 8$, $g(x) = \frac{x-8}{3}$, iii) $f(x) = \frac{3}{x-4}$, $g(x) = \frac{3}{x} + 4$

12.- Hallar la fórmula de la función inversa f^{-1} para cada una de las siguientes funciones definidas de \mathbb{R} en \mathbb{R} : i) $f(x) = x + 3$, ii) $f(x) = 2x + 3$, iii) $f(x) = 3x - 1$,
 iv) $f(x) = x^3 + 2$, vi) $f(x) = \frac{1}{x}$, vii) $f(x) = x^2 + 1$, para $x \geq 0$, viii) $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$, ix) $f(x) =$

$$= \frac{2x-3}{x+1}$$

13.- Sean las funciones dadas por $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

Calcular: i) $f + g$, ii) $f \cdot g$, iii) $\frac{f}{g}$, iv) $f \circ g$, v) $g \circ f$, vi) $f \circ f$, vii) $g \circ g$, viii) $f \circ f \circ f$

14.- Hallar razonadamente el máximo o el mínimo de las siguientes funciones:

i) $f(x) = x^2$, ii) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, iii) $f(x) = |x|$, iv) $f(x) = x^2 \cdot |x|$, v) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

Bibliografía: Topología General, Seymour Lipschutz, Editorial McGraw Hill
 Cálculo Diferencial e Integral, Frank Ayres, Editorial McGraw Hill
 Cálculus, Apostol